Über Zylinderzahl und Zylinderanordnung bei Fahr- und Flugzeugmaschinen.

Von der

Königl. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde

eines

Doktors der Technischen Wissenschaften
(Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

Dissertation.

ACAD. LAND. BAT. BIBL.

Vorgelegt von

Diplom-Ingenieur **Otto Kölsch,**
Assistent für Maschinenbau an der Technischen Hochschule München.

Referent: Prof. W. Lynen.
Korreferent: Geh. Hofrat Prof. Dr. M. Schröter.

Verlagsbuchhandlung von Julius Springer in Berlin.
1911.

Die vorliegende Arbeit ist auf Anregung meines hochverehrten Lehrers, des Herrn Prof. W. Lynen entstanden. Es drängt mich, ihm für seine wertvollen Ratschläge an dieser Stelle meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Vorwort.

Die vorliegende Untersuchung entspringt dem Bedürfnis, zahlenmäßig festzustellen, inwieweit der Gleichgang und die Massenwirkungen der Viertaktmaschinen, wie sie für Fahr- und Flugzwecke in Anwendung sind, von der Zahl bzw. der Anordnung der Zylinder abhängig ist.

Untersucht werden 24 verschiedene Maschinen, von deren jede eine Leistung von 60 PS_e bei 1600 Umdrehungen in der Minute aufweist. Als Zylinderzahlen kommen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 16 in Betracht und als Zylinderanordnungen die Reihen-, Gabel-, Stern-, Fächer- und Umlaufanordnung. Die Flügelstangen und Kurbelwellen zeigen hier eine andere Massenverteilung wie bei den Dampfmaschinen.

Die Arbeit zerfällt in zwei Abschnitte, in die beiden Untersuchungen über den Gleichgang und über die Massenkräfte dieser Maschinen.

Im ersten Abschnitt wird auf dem von Wittenbauer in der Zeitschrift des Vereines d. Ing. 1905, S. 473 u. f., entwickelten Massenwuchtdiagramm aufgebaut. Dieses Massenwuchtdiagramm verlangt die Bestimmung des von Wittenbauer angegebenen Diagramms der reduzierten Gewichte der hin- und hergehenden Gangwerksteile sowie die Ermittlung des Arbeitsdiagramms.

Infolge der großen Mannigfaltigkeit in der Zahl und der Anordnung der Zylinder liegen anscheinend sehr verwickelte Verhältnisse vor. Hinsichtlich der reduzierten Gewichte lassen sich die Schwierigkeiten leicht beheben durch ein vom Verfasser entwickeltes analytisches Verfahren, dessen Ergebnisse übersichtlich durch Drehstrecken veranschaulicht werden. Man erhält hiermit — für jede beliebige Zylinderzahl — in leichter und sehr genauer Weise die Kurven der auf den Kurbelzapfen reduzierten Gewichte der hin- und hergehenden Gangwerksteile.

Den Schwierigkeiten, welche sich der Ermittelung des Arbeitsdiagramms der Kolbenkräfte bei vielzylindrigen Maschinen entgegenstellen, wird dadurch begegnet, daß ein Arbeitsdiagramm für einen Einheitszylinder — von 1 Liter Hubvolumen — aufgezeichnet wird, aus dem die Arbeitsdiagramme für Maschinen mit beliebiger Zylinderzahl und Zylindergröße ohne Mühe entwickelt werden können.

Nachdem so die Massenwuchtdiagramme gewonnen sind, läßt sich ein Näherungsverfahren ableiten, welches mit großer Genauigkeit er-

möglicht, unter Vermeidung der Arbeitsdiagramme und der Diagramme der reduz. Gewichte für jede Drehzahl die Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades δ bzw. des für ein bestimmtes δ erforderlichen Schwungradgewichtes durchzuführen.

Sodann werden die Ergebnisse der Untersuchung noch einmal durchgesprochen und in mehreren Tabellen und Figuren übersichtlich gefaßt.

Eine weitere Untersuchung, zur Beurteilung schlecht arbeitender Maschinen durchgeführt, zeigt, daß beim Versagen einer Zündkerze der Gleichgang bei Sechs- oder Achtzylinder-Maschinen bedeutend schlechter wird als bei der Vierzylinder-Maschine.

Am Schluß des ersten Teiles wird festgestellt, daß der Ungleichförmigkeitsgrad der Maschinen durch die sog. Schränkung des Kurbeltriebes nur ganz unwesentlich geändert wird. Es ist noch darauf hingewiesen, daß das Näherungsverfahren sich ebenso gut auf Zweitaktmaschinen anwenden läßt.

Im zweiten Abschnitt werden die Massenwirkungen, welche unter Berücksichtigung der endlichen Flügelstangenlänge bei all diesen Maschinen zu erwarten sind, besprochen und klargestellt.

Bei den Reihenmaschinen sind hierzu die bekannten Formeln für den Massendruck im Kurbelgetriebe benützt, deren Handhabung für Mehrzylindermaschinen unter Zuhilfenahme von Drehstrecken sehr erleichtert wird. (Ein in der Literatur herrschender Irrtum bezüglich der Massenwirkung in der Achtzylinder-Maschine wird aufgeklärt.)

Für alle übrigen Maschinen wird ein neuer Weg eingeschlagen. Dem Nachweis, daß es genügt, aus der Bewegung des Gesamtschwerpunktes der hin- und hergehenden Gangwerksmassen einer Maschine die freien Massenkräfte abzuleiten, folgt eine allgemeine Formel, welche in rechtwinkeligen Koordinaten den Weg dieses Schwerpunktes wiedergibt und zwar bei allen Maschinen, deren Zylinderachsen — von einem Punkte ausgehend — sich strahlenförmig in einer Ebene ausbreiten. Durch Einführung von Drehstrecken lassen sich aus dieser allgemeinen Formel ungemein rasch und übersichtlich die Massenkräfte bei allen Maschinen ermitteln.

Die Ergebnisse der Untersuchungen der Massenkräfte und Kippmomente von Maschinen gleicher Gattung sind für jede der verschiedenen Maschinen in einer eigenen Figur zusammengestellt und besprochen.

Wird der Verlauf der Massenkräfte durch verwickeltere Kurven wiedergegeben, so sind diese Kurven eigens herausgezeichnet. Dies war besonders bei den Gabel-, Stern- und Fächermaschinen nötig.

Auch hier ist der geschränkte Kurbeltrieb kurz gestreift. Es läßt sich feststellen, daß die Massenkräfte der Einzylinder-Maschine durch

die Schränkung nur unbedeutend geändert werden, während der Ausgleich bei 2-, 4-, 6- und 8-Zylinder-Reihenmaschinen durch die Schränkung gar nicht berührt wird.

Die Ergebnisse des Massenausgleichs gelten für Vier- und Zweitaktmaschinen.

Zum Schluß folgt eine graphische Übersicht, wie weit bei allen aufgeführten Maschinen der Massenausgleich möglich ist.

Der Wunsch des Verfassers geht dahin, daß diese kritische Arbeit dazu beitragen möge, die Bedeutung der so sehr verschiedenen, bei Verbrennungsmaschinen für Fahr- und Flugzwecke üblichen Zylinderzahlen und Zylinderanordnungen klarzulegen, damit der Konstrukteur mit Sicherheit alle diese Bauweisen richtig einschätzen kann.

Auch beim Bau von Schiffsdieselmaschinen und Diesellokomotiven dürften sich die hier gewonnenen Erkenntnisse verwerten lassen; insbesondere kann die nachstehend gezeigte Anwendung der Drehstrecken zur Entscheidung der Frage des Massenausgleichs mit Vorteil herangezogen werden.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort III
Einleitung 1

I. Untersuchung des Gleichganges.

1. Die zu vergleichenden Maschinen 4
   a) Abmessungen 5
   b) Gewichte der hin- und hergehenden Teile 8
   c) Massenverteilung der Flügelstangen 10
   d) Gewichte der Kurbelwellen 12
   e) Massenverteilung der Kurbelwellen 14

2. Verfahren zur Ermittelung des Schwungradgewichtes 16
   a) Reduktion der hin- und hergehenden Massen 17
   b) Diagramm der reduzierten Gewichte 20
   c) Ersatz der Flügelstangen durch zwei Punktmassen und analytische Bestimmung der reduzierten Gewichte 22
   d) Das Arbeitsdiagramm 26
   e) Das Massenwuchtdiagramm 32
   f) Näherungsverfahren zur Bestimmung des Schwungradgewichtes . . 36

3. Vergleich der Maschinen 39
   a) Reihenmaschinen 41
   b) Gabelmaschinen 63
   c) Sternmaschinen 70
   d) Fächermaschinen 75
   e) Umlaufmaschinen 78
   f) Zusammenstellung der Ergebnisse 88
   g) Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades, wenn ein Zylinder versagt 101
   h) Der geschränkte Kurbeltrieb 110

II. Die Massenkräfte.

1. Allgemeines 118
2. Massenkräfte beim normalen Kurbeltrieb 121
   a) Reihenmaschinen 125

3. Ermittelung der Massenkräfte bei Mehrzylindermaschinen, ausgehend von der Bewegung des Gesamtschwerpunktes der hin- und hergehenden Teile 132
   A. Allgemeines 132
   B. Kurbelbetrieb mit beliebiger Lage der Zylinderachse 136
   C. Anwendung auf Mehrzylindermaschinen 139

Seite
a) Gabelmaschinen 140
b) Sternmaschinen 151
c) Fächermaschinen 157
d) Umlaufmaschinen 177
e) Die freien Massenkräfte bei geschränktem Kurbeltrieb 183

4. Die zeichnerische Ermittelung der Massenkräfte bei Umlaufmaschinen 184
a) Die inneren Massenkräfte der Fünfzylinder-Umlaufmaschine . . . 192

5. Zusammenstellung der Ergebnisse 193

Schlußwort 196

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555409_0065

Einleitung.

Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, zu versuchen, Klarheit über die Bedeutung der Zylinderzahl und Zylinderanordnung bei Fahr- und Flugzeugmaschinen zu schaffen.

Die über diese Maschinen vorhandene Literatur beschränkt sich fast nur darauf, die verschiedenen Ausführungsformen sowie Einzelheiten der Konstruktion beschreibend wiederzugeben. Einige wenige Abhandlungen zumeist aus der jüngsten Zeit machen hiervon eine Ausnahme.

Wir finden, daß Maschinen gebaut werden, deren Zylinderzahlen zwischen 1 und 32 schwanken, und daß sich bezüglich der Zylinderanordnung 5 Klassen unterscheiden lassen, nämlich:

1. Reihenmaschinen.

Die Zylinder stehen wie bei Schiffsdampfmaschinen in einer Reihe hintereinander (siehe schematische Darstellung Fig. 46 S. 127).

2. Gabelmaschinen.

Die Achsen je zweier Zylinder schließen einen Winkel von 90^0 ein (siehe schematische Darstellung Fig. 53 S. 149).

3. Sternmaschinen.

Die Zylinder, deren Achsen sämtlich in einer Ebene liegen, sind sternförmig um ein Kurbelgehäuse angeordnet (siehe schematische Darstellung Fig. 56 S. 156).

4. Fächermaschinen.

Die Fächermaschinen entstehen aus den Sternmaschinen durch Hochklappen jener Zylinder, welche unterhalb der Horizontalen liegen, Hierdurch kommen die Achsen der Zylinder in 2 parallele Ebenen zu liegen (siehe schematische Darstellung Fig. 63 S. 174).

5. Umlaufmaschinen.

Die Umlaufmaschinen sind Sternmaschinen, bei welchen der Kurbelarm feststeht und die Zylinder kreisen (siehe schmatische Darstellung Fig. 64 S. 180).

Vergeblich suchen wir jedoch nach erschöpfenden Gründen, die zu so verschiedenartigen Ausführungen Veranlassung gegeben haben. Man

kann nur vermuten, daß das Bestreben, eine leichte oder möglichst gleichmäßig und erschütterungsfrei laufende Maschine zu bauen, ausschlaggebend war. Da diesen Forderungen tatsächlich entsprochen werden kann, wird es nicht ohne Interesse sein, bis in die letzten Folgerungen zu untersuchen, inwieweit diese großen Unterschiede in Zylinderzahl und Anordnung ihre Berechtigung haben.

Ehe wir hierzu schreiten, müssen wir uns klar sein über die Hauptforderungen, welche infolge der eigenartigen Betriebsverhältnisse an eine gute Fahr- und Flugzeug-Maschine gestellt werden. Es sind dies:

1. Betriebssicherheit und leichte Zugänglichkeit aller Teile.
2. Möglichst guter Gleichgang. (Gleichbleibendes Drehmoment.)
3. Tunlichst vollkommener Massenausgleich und erschütterungsfreier Gang.
4. Geringes Gewicht, kleiner Raumbedarf und niedriger Brennstoffverbrauch.

Von diesen Forderungen sind die unter 2 und 3 genannten hauptsächlich durch die Zahl und Anordnung der Zylinder erfüllbar, ebenso sind sie der Rechnung zugänglich, während die Erfüllung der Forderungen 1 und 4 vorwiegend von der Geschicklichkeit und Kühnheit des Konstrukteurs sowie von gewissenhafter Werkstättenarbeit und sorgfältiger Wartung abhängt. Wieweit die Forderungen 2 und 3 überhaupt erfüllt werden können, und mit welcher Kleinstzahl von Zylindern dies erreichbar ist, soll in der vorliegenden Arbeit mit allgemeinen, für alle Verhältnisse anwendbaren Betrachtungen ermittelt werden. Wenn dieses Ziel erreicht ist, so ist ein wichtiger Schritt für den Bau der Maschinen getan. Wir haben dann ein Mittel an der Hand die weniger günstigen Anordnungen von vornherein auszuschalten, so daß der Konstrukteur sein ganzes Augenmerk darauf richten kann, durch bestmögliche Erfüllung der Forderungen 1 und 4 die Maschine zur höchsten Vollendung zu bringen.

Auf welcher einheitlichen Grundlage lassen sich nun Maschinen verschiedener Zylinder-Zahlen und Anordnungen vergleichen?

Wir wollen wissen:

I. Hinsichtlich des Gleichganges:
   1. Wie schwer muß bei den verschiedensten Zylinderzahlen und Anordnungen das Schwungrad der Maschinen sein, damit sie einen vorgeschriebenen Ungleichförmigkeitsgrad δ zu erreichen vermögen, oder
   2. wie groß ist bei gegebenem Schwungradgewicht der zu erwartende Ungleichförmigkeitsgrad?

II. Hinsichtlich der Massenwirkungen:

1. Ist bei diesen verschiedenen Maschinen ein Massenausgleich möglich?
2. Bedarf es hierzu einer Zusatzmasse?
3. Wie groß muß diese Masse sein, um einen Ausgleich zu schaffen?
4. Wenn kein Ausgleich möglich ist, wie groß sind die zu erwartenden Massenwirkungen?

Die Fragen II 1 und 2 würden sich ohne Rücksicht auf Leistung und Drehzahl allein schon aus den äußeren Merkmalen der Maschine beantworten lassen. Zur Beantwortung aller übrigen bedarf es jedoch noch einer näheren Vereinbarung; denn die Größe der Massenkräfte hängt von den Abmessungen der Maschine bzw. den Gewichten der hin- und hergehenden Teile sowie von der Drehzahl ab, während auf die Größe des Ungleichförmigkeitsgrades δ außer diesen drei Einflüssen noch die Gestalt des Indikatordiagrammes bestimmend einwirkt. Abmessungen, Gewichte, Drehzahl und Indikatordiagramm stehen aber im innigsten Zusammenhang mit der Leistung, so daß wir für Maschinen, welche hinsichtlich der unter I und II ausgesprochenen Punkte quantitativ vergleichbar sein sollen, die Bedingungen dahin zu stellen haben, daß ihnen

1. gleiche Indikatordiagramme,
2. gleiche Leistungen und
3. gleiche Drehzahlen zugrunde liegen.

Dementsprechend soll sich die folgende Untersuchung auf Maschinen erstrecken, und zwar nur auf solche, die im Viertakt [1]) arbeiten, von welchen jede unabhängig von der Zahl der Zylinder 60 PS_e bei 1600 Umdrehungen in der Minute leisten soll. Mit dieser Drehzahl werden Maschinen von 1 bis ca. 100 PS_e Leistung ausgeführt. Er erscheint daher am zweckmäßigsten, den vergleichenden Betrachtungen die gewählte mittlere Maschinengröße von 60 PS_e zugrunde zu legen. Als Zylinderzahlen kommen in Betracht 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 16, und als Zylinderanordnungen die erwähnten 5 Spielarten. Es wird sich zeigen, daß die Zahl 16 als Zylinderzahl schon überreichlich hochgegriffen ist, so daß es sich nicht mehr lohnt, auch noch 24- oder 32-Zylinder-Maschinen zu untersuchen. — Das für alle Maschinen gültige Indikatordiagramm wird später erwähnt werden.

[1]) Es soll hier schon erwähnt werden, daß das bei der Untersuchung des Gleichganges der Viertaktmaschinen zur Verwendung gelangende Verfahren sich ebensogut auf Maschinen anwenden läßt, welche im Zweitakt arbeiten. Die Ergebnisse der Untersuchungen über den Massenausgleich bei Viertaktmaschinen gelten qualitativ auch für Zweitaktmaschinen, quantitativ nur dann, wenn die Gewichte der hin- und hergehenden Gangwerksteile bei beiden Maschinengattungen übereinstimmen.

Endlich sollen Zylinderzahlen und Anordnungen derart kombiniert werden, wie dies den Ausführungen der Praxis entspricht. So kommen für die Reihenmaschinen nur die Zylinderzahlen 1, 2, 3, 4, 6 und 8 in Betracht, für Gabelmaschinen nur 2, 4, 6, 8 und 16 und für Stern-, Fächer- und Umlaufmaschinen nur 2, 3, 5 und 7. Wir werden erkennen, daß diese Zahlen teils mit Rücksicht auf guten Gleichgang, teils deshalb gewählt werden, damit ein Ausgleich der Massenwirkungen möglich ist.

Nach dem oben Gesagten läßt sich die vorliegende Aufgabe in zwei Teilen bearbeiten, in Untersuchungen

I. über den Gleichgang,

II. über die Massenwirkungen bei Viertaktmaschinen für Fahr- und Flugzwecke.

Es sei darauf hingewiesen, daß schon verschiedene Autoren derartige Vergleiche anstrebten. Hinsichtlich der Massenwirkungen[1]) wurden jedoch Maschinen untersucht, deren Leistung direkt mit der Zylinderzahl stieg, derart, daß die Mehrzylindermaschine durch Nebeneinanderstellen stets der gleichen Einzylindermaschinen entstand.

Die in der Literatur vorhandenen Untersuchungen über den Gleichgang von Verbrennungsmaschinen gehen von vereinfachenden Voraussetzungen [2]) aus, welche für die schnellaufenden Fahr- und Flugzeugmaschinen keinesfalls übernommen werden dürfen.

I. Untersuchung des Gleichganges.

1. Allgemeine Angaben und Zahlenwerte über die zu vergleichenden Maschinen.

Eine Entscheidung darüber, welcher Zahl bzw. Anordnung der Zylinder hinsichtlich der Güte des Gleichganges der Vorzug zu geben ist, kann nur dann getroffen werden, wenn die Ungleichförmigkeitsgrade δ oder die bei einem bestimmten δ erforderlichen Schwungradgewichte für eine Reihe von Maschinen, die unter sich vergleichbar sind, zahlenmäßig festgelegt werden. Wir erkannten oben die Grundlagen, auf denen ein Vergleich möglich ist, und wählten für die Untersuchung Maschinen

[1]) Pfitzner-Urtel, Der Automobilmotor 1907, S. 159 u. f.

[2]) Güldner, Verbrennungsmotoren 1905, S. 344 u. f. Güldner untersucht Verbrennungsmaschinen mit einer minutlichen Drehzahl von 200 und kommt zu dem Ergebnis, daß die hin- und hergehenden Massen auf den Gleichgang keinen merklichen Einfluß haben. Diese Voraussetzung sowie jene, welche er bezüglich der zu vernachlässigenden Diagrammflächen trifft, würden die Genauigkeit der vorliegenden Arbeit stark beeinträchtigen.

von 60 PS_e Leistung bei 1600 Umdrehungen in der Minute. Ihre Abmessungen sowie alle sonstigen Zahlenwerte, welche späterhin benötigt werden, müssen zum Teil rechnerisch, zum Teil an Hand von Angaben über ausgeführte Maschinen ermittelt werden.

Die Vergleiche sollen angestellt werden für den Idealfall, daß:

1. sämtliche Zylinder sich gleichmäßig an der Arbeitsleistung beteiligen und stets das gleiche Indikatordiagramm geben;
2. die Maschinenwelle als vollkommen starr gilt;
3. die hin- und hergehenden Teile für jeden der einzelnen Zylinder genau die gleichen sind;
4. der mechanische Wirkungsgrad aller Maschinen der gleiche ist, und zwar wählen wir den mit guten Ausführungen übereinstimmenden Wert $\eta = 0{,}80$. Auf Grund dieses Übereinkommens können wir zur rechnerischen Ermittelung der Abmessungen der zu vergleichenden Maschinen schreiten.

a) Die Abmessungen der Maschinen.

Fig. 1 zeigt das Indikatordiagramm, welches den vergleichenden Berechnungen zugrunde gelegt ist. Es gehört zu einer Luftschiffmaschine, welche von Gebr. Körting in Hannover gebaut wurde. Sein mittlerer Druck beträgt

$$p_i = 6{,}32 \text{ atm.}$$

Bedeutet nun allgemein

- i die Zahl der Zylinder einer Maschine,
- n die minutliche Drehzahl,
- V das vom Kolben pro Hub beschriebene Volumen in Litern,
- η den mechanischen Wirkungsgrad,

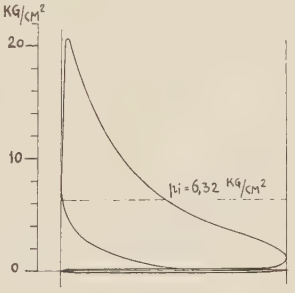


Fig. 1.

so errechnet sich die indizierte Arbeit pro Zündhub zu

$$A = i \,.\, V \,.\, p_i \text{ Liter Atm.},$$

die Arbeit pro Minute zu:

$$A = i \,.\, V \,.\, p_i \,.\, \frac{n}{2} \,.\, 10 \text{ mkg.}$$

Dies ergibt eine effektive Leistung von

$$N_e = \frac{i \,.\, V \,.\, p_i \,.\, n \,.\, 10}{2 \,.\, 60 \,.\, 75} \,.\, \eta \ldots PS_e \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Nach Einsetzen der Werte $p_i = 6{,}32$ kg/cm², $n = 1600$ pro Minute und $\eta = 0{,}8$ finden wir

$$N_e = 9 \,.\, i \,.\, V \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1a)$$

Nür $N_e = 60$ PS_e ergibt sich

$$V = \frac{60}{9 \,.\, i} = \frac{6{,}67}{i} \text{ Liter} \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Zur weiteren Vereinfachung sei für alle Maschinen das Verhältnis gewählt

$$\frac{\text{Kolbenhub}}{\text{Zylinder-Bohrung}} = \frac{2\,r}{d} = \text{ca. } 1{,}25$$

und das Verhältnis

$$\frac{\text{Kurbelradius}}{\text{Flügelstangenlänge}} = \frac{r}{l} = \lambda = \frac{1}{4{,}5},$$

entsprechend guten Ausführungen der Praxis.

Dann findet sich aus

$$V = \frac{d^2\,\pi}{4} \,.\, 2\,r = \left(\frac{d}{r}\right)^2 \,.\, \frac{\pi}{4} \,.\, 2 \,.\, r^3$$

der Wert

$$r^3 = \frac{V}{2\,\pi} \,.\, \left(\frac{2\,r}{d}\right)^2 = 0{,}249\ V$$

und

$$\underline{r = 0{,}63 \,.\, \sqrt[3]{V}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Mit Hilfe dieser Werte wurde der erste Teil der Tabelle 1 gewonnen, welche alle Angaben über die zu untersuchenden 60 pferdigen Maschinen enthält. Der Kurbelradius wurde stets auf eine durch 5 teilbare Zahl abgerundet. Hierdurch kommen geringe Schwankungen des Wertes $\frac{2\,r}{d}$ vor, die jedoch ohne Belang sind.

Maschinen mit diesen errechneten Abmessungen, welche verschiedene Zylinderzahlen, jedoch gleiche Leistungen und Drehzahlen aufweisen, lassen den eingangs erwähnten quantitativen Vergleich zu. Erwähnt soll noch werden, daß es nicht gebräuchlich ist, 60 PS_e bei 1600 Umdrehungen in der Minute in einem einzigen Zylinder zu erzeugen, wie man aus Tab. 1 schließen könnte, daß aber dieser übertriebene Fall zum Vergleich wohl herangezogen werden darf.

Zunächst sollen nun die Zahlenwerte dieser 60 pferdigen Maschinen

Tabelle 1.

Zahlenwerte der zu vergleichenden Maschinen. (Errechnet.)

Anzahl der Zylinder i		16	8	7	6	5	4	3	2	1
Maschinenleistung bei n = 1600 i. d. Min. . . . . N_e		60	60	60	60	60	60	60	60	60
Maschinenleistung pro 1 Zylinder $\frac{N_e}{i}$		3,75	7,5	8,57	10	12	15	20	30	60
Zylinder-Inhalt $V = \frac{6,67}{i}$ Liter		0,417	0,835	0,95	1,11	1,33	1,67	2,22	3,33	6,67
Zylinder-Bohrung . . . . . d mm		77	94	100	105	110	119	133	149	188
Kurbelradius bei $\frac{2r}{d} \sim 1,25$. r mm		45	60	60	65	70	75	80	95	120
Gewicht des Kolbens . . . . . kg		0,9	1,5	1,7	1,9	2,2	2,5	3,1	4,2	6,5
Gewicht der Flügelstange . . . kg		0,95	1,7	1,85	2,1	2,4	2,8	3,4	4,5	7,25
Gewicht der Kurbelwelle	Reihen-Anordnung . . kg	24	24	24	24	24	24	24	24	24
	Gabel-Anordnung . . kg	12	12	—	—	—	12	—	12	—
	Stern- und Fächer-Anordnung . . . . . kg	—	—	6	—	6	—	9 . . 1 KZ 12 . . 2 „	12	—
	Zylinder rotierend . . kg	—	—	0	—	0	—	0	—	—
Länge d. Flügelst. bei $\lambda = \frac{1}{4,5}$ . . mm		202	270	270	292	315	338	360	428	540

ermittelt werden, welche für die späteren Betrachtungen von Belang sind. Es handelt sich hierbei um

1. die Gewichte der Flügelstangen und ihre Massenverteilungen.
2. die Gewichte der Kolben und
3. die Gewichte und Massenverteilung der Kurbelwellen.

b) Gewichte der hin- und hergehenden Teile.

Als hin- und hergehende Teile kommen die Kolben mit den Zapfen für die Flügelstangen sowie die Flügelstangen selbst in Betracht. Wir ermitteln Gewichte und Massenverteilung an Hand der vorliegenden Teile ausgeführter Maschinen. So bringt Tab. 2 eine Zusammenstellung von Gewichten ausgeführter Teile, welche zum Teil von der Firma Benz & Co. (Tabellenbezeichnung „B") freundlichst überlassen wurden, zum Teil aus Lehmbeck und Isendahl (Tabellenbezeichn. „L u. I") (Berechnung, Konstruktion und Fabrikation von Automobilmotoren 1908). entnommen sind. Zwei Flügelstangen mit Kolben sind Erzeugnisse der Firma Peugeôt (Tabellenbezeichn. „P"). Die 16 zylindrige Gabelmaschine aus der Fabrik Antoinette (Tabellenbezeichn. „Ant.") befindet sich im Laboratorium der Technischen Hochschule Aachen.

Aus diesen Werten der Tab. 2 sind die erforderlichen Gewichte für die zu vergleichenden 60 pferdigen Maschinen abzuleiten. Dies geschah in der folgenden Weise: Es wurden in Fig. 2 und 3 die aus Tab. 2 entnommenen Gewichte der Flügelstangen und Kolben als Ordinaten aufgetragen, deren Endpunkte in den kleinen Kreisen liegen. Als Abszissen erscheinen die Leistungen pro 1 Zylinder, d. i. der Wert

$$\gamma = \frac{\text{Leistung}}{\text{Zylinderzahl}} = \frac{N_e}{i}$$

der betreffenden ausgeführten Maschinen. Auch diese Leistungen N_e wurden für 1600 Umdrehungen in der Minute einheitlich nach Formel 1a berechnet. Die auf der Abszissenachse eingeschriebenen Werte γ nebst den zugehörigen Zylinderzahlen i, wobei $\frac{N_e}{i} = \frac{60}{i} = \gamma$ ist, gehören den zu vergleichenden 60 pferdigen Maschinen an, während die Werte $\frac{N_e}{i}$ für die wirklich ausgeführten Maschinen weggelassen sind.

Wie ein Blick auf die Fig. 2 und 3 zeigt, sind die aus den ausgeführten Maschinen gewonnenen Diagrammpunkte durch einen mittleren Kurvenzug gefaßt. Die beiden Kurven mußten über die Erfahrungswerte hinaus bis zum Zylinder für 60 PS_e verlängert werden. Diese Verlängerung ist unsicher. Die 60 PS_e-Einzylindermaschine soll auch nur aus Vergleichsrücksichten in die Untersuchung einbezogen werden. Auf den

Tabelle 2.

Zusammenstellung der Erfahrungswerte.

Anzahl der Zylinder . . . i	2			4									6	16
Quellenangabe	Lu. I	P.	Lu. I	B	Lu. I	B	B	P	Lu. I	Lu. I	B	B	Lu. I	Ant.
Zylinder-Bohrung . . . d mm	90	85	110	80	90	90	105	105	110	120	120	125	120	82
Kurbelradius . . . . . r mm	60	45	60	60	60	70	75	52,5	60	65	72	75	65	40
Zylinderinhalt . . . . . V_{Liter}	0,765	0,51	1,14	0,603	0,765	0,89	1,3	0,91	1,14	1,47	1,63	1,84	1,47	0,422
Maschinenleistung $N_e = 9 . i . V$ Bei n = 1600 i. d. Min.	13,8	9,2	20,5	21,8	27,6	32,1	46,8	32,8	41	53	58,7	66,2	79,5	60,8
Maschinenleistung p. 1 Zyl. $\frac{N_e}{i}$	6,9	4,6	10,25	5,45	6,9	8,02	11,7	8,2	10,25	13,25	14,65	16,5	13,2	3,8
Gewicht des Kolbens . . . kg	1,6	0,99	2,6	1,3	1,6	1,8	2,2	2,1	2,6	2,6	2,5	2,8	2,6	0,6
Gewicht der Flügelstange . kg	1	1,1	1,5	1,8	1	2	2,7	2,55	1,5	2,3	2,85	2,85	3,0	0,415
Gewicht der Kurbelwelle . kg	5,8	—	9,2	12,5	9,6	16,1	23,7	—	15	20,5	24,1	25	28,2	7,7
Desgl. pro 1 PS_e . . . . . kg	0,42	—	0,448	0,57	0,348	0,5	0,505	—	0,365	0,386	0,41	0,376	0,354	0,127
Länge der Flügelstange . l mm	270	200	270	285	270	260	340	250	270	295	316	316	295	160
$r/l = \lambda$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{4,45}$	$\frac{1}{4,75}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{3,72}$	$\frac{1}{4,53}$	$\frac{1}{4,76}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{4,54}$	$\frac{1}{4,38}$	$\frac{1}{4,21}$	$\frac{1}{4,54}$	$\frac{1}{4}$

eingezeichneten Ordinaten 3,75—60 liegen nun die dem weiteren Vergleich dienenden Werte. Sie sind ebenfalls in der oben erwähnten Tab. 1 eingeschrieben.

Gewichte der Flügelstange.

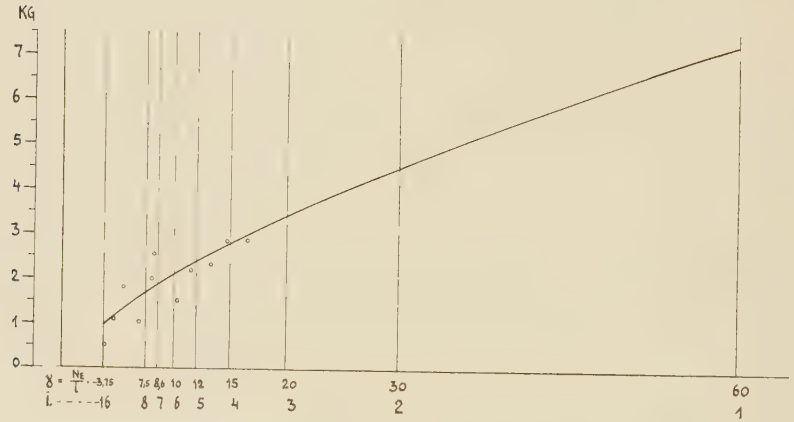


Fig. 2.

Gewichte der Kolben.

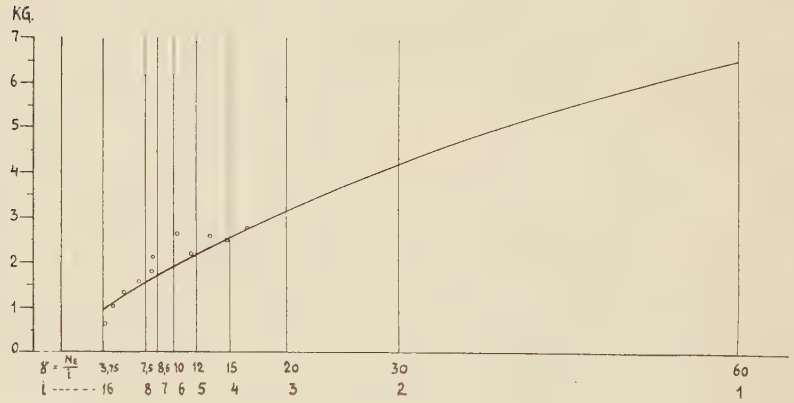


Fig. 3.

Des weiteren verlangt die spätere Untersuchung Aufschluß über die

c) Massenverteilung der Flügelstangen.

Es mag jetzt schon vorausgeschickt werden, daß es genügt, das Trägheitsmoment der Stangen, bezogen auf die zur Zeichnungsebene senkrechte Achse A (Zapfen im Kolben, siehe Fig. 4), zu kennen.

Die Untersuchung einer größeren Zahl von ausgeführten Flügelstangen lieferte gut übereinstimmende Ergebnisse, die durch das folgende Beispiel bekannt gegeben werden sollen. Es betrug:

Die Länge der Stange	l	= 250	mm
der Schwerpunktsabstand . . .	s_1	= 58	„
desgleichen	s_2	= 192	„
das Gewicht der Stange . . .	G	= 2,55	kg
die Masse der Stange	M	= 0,26	kg sec²/m

Die Stange wurde dergestalt aufgehängt, daß sie möglichst reibungslos um die erwähnte Achse A schwingen konnte. Nach der Formel für das physische Pendel ergibt sich für kleine Ausschläge das Trägheitsmoment Θ_A zu

$$\Theta_A = \frac{T^2}{4\,\pi^2} \,.\, G \,.\, s_2 \text{ cm kg sec}^2,$$

wenn T die Zeit in Sekunden für eine Vollschwingung bedeutet. Diese Zeit wurde durch Versuche ermittelt zu

$$T = 0{,}993 \text{ sec.}$$

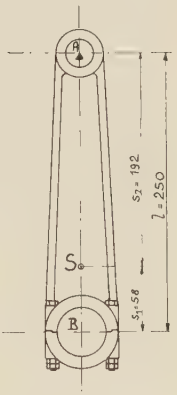


Fig. 4.

Mithin

$$\Theta_A = \frac{0{,}993^2}{4\,\pi^2} \,.\, 2{,}55 \,.\, 19{,}2$$

$$= 1{,}22 \text{ cm kg sec}^2.$$

Andererseits läßt sich Θ_A auch ausdrücken durch

$$\Theta_A = M \,.\, s_2^2$$

oder, wenn als Pendellänge der Abstand l eingesetzt wird,

$$\Theta_A = M_B \,.\, l^2,$$

wobei M_B die auf den Punkt B reduzierte Pendelmasse bedeutet. Hieraus: $M_B = \frac{\Theta_A}{l^2}$, oder, in Gewichtseinheiten ausgedrückt:

$$G_B = \frac{\Theta_A}{l^2} \,.\, g \text{ kg} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

wobei $g = 981$ cm/sec²

$$= \frac{1{,}22}{625} \,.\, 981 = 1{,}915 \text{ kg.}$$

Daher

$$\frac{G_B}{G} = \frac{1{,}915}{2{,}55} = 0{,}75 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Es läßt sich auf Grund der Untersuchung einer größeren Anzahl von ausgeführten Flügelstangen bei Fahr- und Flugzeugmaschinen allgemein mit guter Annäherung an die Wirklichkeit aussprechen:

Betrachtet man die Flügelstange in bezug auf ihre Drehung um den Kreuzkopfzapfen A, so läßt sie sich in ihrer Massenwirkung ersetzen durch ein Gewicht

$$G_B = 0{,}75\,G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5a)$$

welches im Abstand l, also im Kurbelzapfen B angreift. Der Rest

$$G_A = 0{,}25\,G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5b)$$

entfällt auf den Zapfen A.

Von diesem Ergebnis soll für sämtliche Flügelstangen Gebrauch gemacht werden, mit Einschränkung jener der Stern- und Fächermaschinen, bei denen, wie später erläutert wird, $G_B = 0{,}5\,.\,G$ zu setzen ist.

Als weitere Rechnungsgrößen brauchen wir für die späteren Untersuchungen die

d) Gewichte der Kurbelwellen.

Während die oben genannten Gewichte für die verschiedenen Maschinengattungen stets die nämlichen sind, muß bei den Kurbelwellen eine Einteilung nach den bekannten Zylinderanordnungen vorgenommen werden. Die Maschinen mit kreisenden Zylindern bilden einen Fall für sich.

Die in Tab. 2 enthaltenen Gewichte der Kurbelwellen wurden in ähnlicher Weise verwertet, wie dies bei Flügelstangen und Kolben geschehen ist.

α) Reihen-Anordnung.

Rechnet man für alle Maschinen, deren Zylinder in Reihenanordnung liegen (die 16-Zylinder-Maschine hat Gabelanordnung) das Verhältnis

$$K = \frac{\text{Gewicht der Kurbelwelle}}{\text{Effektive Leistung}}$$

aus, so erhält man das Gewicht der Welle pro 1 PS_e. Diese Werte sind in Fig. 5 aufgetragen und ergeben, wie die kleinen Kreise zeigen, einen wirren Punkthaufen. Bedenkt man jedoch, daß die kleineren Werte Ausführungen aus der jüngsten Zeit entsprechen, während die größeren zu älteren Ausführungen gehören, so können wir unserer Untersuchung einen mittleren konstanten Wert für K zugrunde legen, der, wie wir später sehen werden, umsomehr Berechtigung hat, als kleine Abweichungen von K die Ergebnisse der Untersuchung nur in geringem Maße beeinflussen. Im vorliegenden Falle darf man für K den konstanten Wert

$$K = 0{,}4\ \text{kg pro } 1\ PS_e$$

annehmen. Es erhaltrn somit die Kurbelwellen aller unserer 60 pferdigen Reihenmaschinen ein Gewicht von 60 . 0.4 = 24 kg, wie dies auch in Tabelle 1 eingetragen ist.

β) Gabelordnung.

Für die Anordnung der Zylinder in Gabelform soll die 16-Zylinder-Antoinette-Maschine, bei der je zwei Zylinder auf einen Zapfen arbeiten, Aufschluß geben. Dort beträgt das Gesamtgewicht der Welle 7,7 kg und die Leistung bei 1600 Umdrehungen in der Minute $N_e = 60{,}8\ PS_e$.

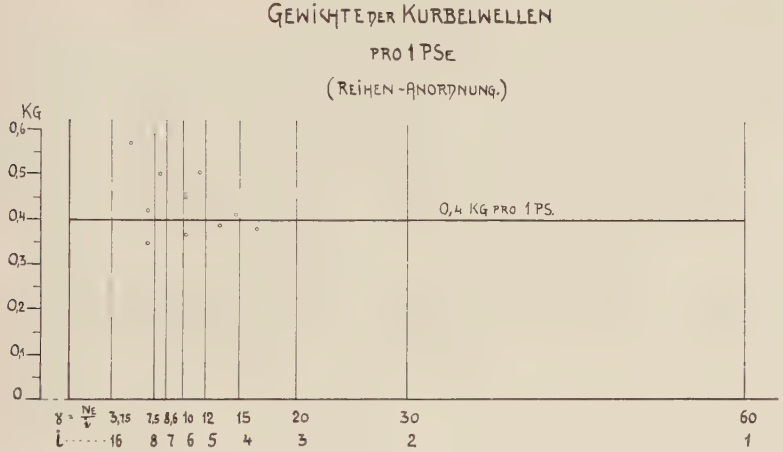


Fig. 5.

Daher

$$K' = \frac{7{,}7}{60{,}8} = 0{,}127.$$

Diese Welle brach jedoch auf dem Versuchsstande, ein Zeichen, daß sie zu schwach war. Zur Sicherheit soll daher der Wert K′ erhöht werden auf

$$K' = 0{,}2\ kg/PS_e,$$

so daß für die 60 pferdigen Gabelmaschinen das Gewicht jeder Welle zu 60 . 0,2 = 12 kg angenommen werden darf.

γ) Stern- und Fächer-Anordnung.

Nach Angaben von R. Esnault-Pelterie (Moteur Extra-Léger à Explosion in den Mémoires de la Société des Ing. Civ. 1907/2, S. 633) wiegt die Kurbelwelle seiner 35 pferdigen Fächermaschine mit 5 Zylin-

dern 2,5 kg insgesamt. Dies ergibt

$$K'' = \frac{2{,}5}{35} = 0{,}0715\ ^{1}).$$

Da diese Maschine als besonders leicht bezeichnet ist, soll für normale Ausführungen gelten:

$$K'' = 0{,}1\ \text{kg/PS}_e, \quad \text{bei } i \geqq 5;$$

somit darf als Gewicht der Wellen der 60 pferdigen Fächermaschinen und auch der ganz ähnlich gebauten Sternmaschinen bei fünf und mehr Zylindern der Betrag von

$$0{,}1 \,.\, 60 = 6\ \text{kg}$$

eingeführt werden.

Bei der 2-Zylinder-Fächermaschine ist, wie bei der Gabelmaschine gefunden, 12 kg zu setzen. Das gleiche gilt für die 3- Zylinder-Fächermaschine mit 2 Kurbelzapfen. Bei der 3- Zylinder-Sternmaschine sowie 3- Zylinder-Fächermaschine mit einem Kurbelzapfen soll das Wellengewicht auf 9 kg geschätzt werden.

δ) Umlaufmaschinen.

Die Kurbelwellen dieser Maschinen schrumpfen auf einen Zapfen zusammen, der unbeweglich im Maschinengestell befestigt ist. An ihm greifen die Flügelstangen an. Hier wird also $K'' = 0$, und somit ist auch das Gewicht der ganzen Kurbelwelle gleich Null.

Die Entscheidung, welcher Teil des Gewichtes der Wellen auf den Kurbelzapfen entfällt, können wir treffen, sobald die

e) Massenverteilung der Kurbelwellen

bekannt ist.

Für die späteren Untersuchungen ist das Trägheitsmoment Θ der Kurbelwellen in bezug auf ihre Längsachse wichtig. Die Größe Θ wurde mit Hilfe der bifilaren Aufhängung an einer Welle neuester Ausführung festgestellt. Sie wurde nach Fig. 6 aufgehängt und führte kleine Schwingungen um ihre Längsachse aus. Es war:

Gewicht der Welle	G =	26,8	kg
Kurbelradius	r =	65	mm
Drahtlänge	a =	1510	„
Drahtabstand	e =	76	„

Die Dauer einer vollen Schwingung ergab sich im Mittel zu

$$T = 1{,}572\ \text{sec}.$$

---

[1]) Imfeld zeigt in der Schweiz. Bauz. 1908, S. 231, daß die Welle zu stark beansprucht ist.

Θ läßt sich berechnen mit Hilfe der Formel für das physische Pendel zu

$$\Theta = \frac{T^2}{4\,\pi^2} \cdot G \cdot l,$$

wobei l die reduzierte Pendellänge bedeutet. Nach Föppl IV, S. 337 (3. Aufl.), ist bei bifilarer Aufhängung an Stelle von l der Quotient $\frac{e^2}{a}$ zu setzen, so daß sich ergibt:

$$\Theta = \frac{T^2}{4\,\pi^2} \cdot G \cdot \frac{e^2}{a}$$

$$= \frac{1{,}572^2}{4\,\pi^2} \cdot 26{,}8 \cdot \frac{7{,}6^2}{151} \text{ cm kg sec}^2$$

$$= 0{,}643 \text{ cm kg sec}^2.$$

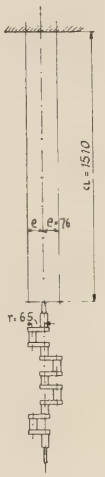


Fig. 6.

Soll dieses Trägheitsmoment durch eine Masse hervorgebracht werden, welche von der Drehachse den Abstand r hat, so berechnet sich das Gewicht G′ dieser Masse aus:

$$\Theta = \frac{G'}{g} \cdot r^2$$

zu

$$G' = \frac{\Theta \cdot g}{r^2} \text{ kg}.$$

Im vorliegenden Fall ist

$$G' = \frac{0{,}643 \cdot 981}{6{,}5^2} = 15 \text{ kg}$$

und

$$\frac{G'}{G} = \frac{15}{26{,}8} = 0{,}56.$$

Der Einfachheit halber soll späterhin dieser Bruch zu

$$\frac{G'}{G} = 0{,}5 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

festgesetzt werden, und es möge angenommen werden, daß dieses Verhältnis für alle Wellen gültig ist, d. h.:

> Reduziert man die Kurbelwelle hinsichtlich ihrer Massenwirkung auf den Kurbelzapfen, so ist das Gewicht der reduzierten Masse gleich dem halben Eigengewicht der Kurbelwelle.

Hiermit sind diejenigen Zahlenwerte gewonnen, welche wir zu unserer späteren vergleichenden Betrachtung benötigen.

2. Verfahren zur Ermittelung des Schwungradgewichtes.

Bei den im Viertakt arbeitenden Verbrennungsmaschinen ist von vornherein ein starkes Schwanken der Kurbelzapfengeschwindigkeit innerhalb einer Arbeitsperiode zu erwarten. Zur Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades δ oder des Schwungradgewichtes ist daher das Verfahren von Radinger ungeeignet, denn es stützt sich auf die Annahme konstanter Kurbelzapfengeschwindigkeit. Dieser grundsätzliche Mangel haftet dem auf dynamischer Grundlage fußenden Verfahren nach Prof. Wittenbauer (siehe Z. d. V. d. Ing. 1905, S. 471 u. f.) nicht an. Es berücksichtigt vollauf die beweglichen Massen der Maschine, sowie die Veränderung der Geschwindigkeit innerhalb einer Periode und gibt so die Möglichkeit, den Ungleichförmigkeitsgrad δ oder das Schwungradgewicht theoretisch genau zu ermitteln.

Im nachfolgenden soll das Verfahren in großen Zügen wiedergegeben werden, mit den für die vorliegende Untersuchung notwendigen Ergänzungen.

Das Verfahren verlangt zunächst die Reduktion aller Kräfte und Massen auf den Kurbelzapfen.

Kraft und Masse sind nach den Regeln der Mechanik so zu reduzieren, daß die Leistung einer Kraft und die Bewegungsenergie einer Masse durch die Reduktion nicht geändert werden.

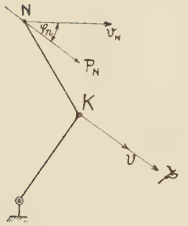


Fig. 7.

Bedeutet:

- v die Geschwindigkeit des Reduktionspunktes K,
- v_n die Geschwindigkeit eines beliebigen Punktes N eines Getriebes,
- M_n dessen Masse,
- P_n die in N angreifende Kraft (Triebkraft oder Widerstand),
- φ_n den Winkel zwischen P_n und v_n,

so gilt für die auf den Punkt K reduzierte Kraft (siehe Fig. 7)

$$\mathfrak{P} = \Sigma \left[P_n \cdot \frac{v_n}{v} \cdot \cos \varphi_n \right]$$

und für die auf Punkt K reduzierte Masse:

$$\mathfrak{M} = \Sigma \left[M_n \cdot \left(\frac{v_n}{v} \right)^2 \right].$$

Nach diesen Grundsätzen wollen wir bei den zu untersuchenden Maschinen vorgehen.

a) Reduktion der hin- und hergehenden Massen.

Um den sehr veränderlichen Einfluß der bewegten Massen auf die Bewegung des Reduktionspunktes K (Fig. 7) kennen zu lernen, ist es nötig, die Masse eines jeden bewegten Gliedes durch „Punktmassen" zu ersetzen, deren gesamte Bewegungsenergie, wie oben verlangt wird, durchaus dieselbe bleibt wie die des Gliedes selbst. Punkte dieser Eigenschaft nennt Wittenbauer „Ersatzpunkte".

Für die Masse des Kolbens gelte als Ersatzpunkt sein Schwerpunkt. Es darf mit genügender Genauigkeit angenommen werden, daß er bei den meisten Konstruktionen in der Achse des Zapfens liegt, an welchem die Flügelstange angreift (Kolbenzapfen).

Die Masse M der Flügelstange in Fig. 8 deren Schwerpunkt S auf der Mittellinie A B liegt, läßt sich theoretisch richtig durch 3 Punktmassen M_2, M_s und M_1 in A, S und B ersetzen, welche folgenden Gleichungen genügen müssen [1]):

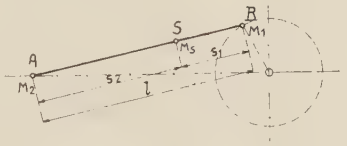


Fig. 8.

$$\left.\begin{aligned} &1.\ M_1 + M_2 + M_s = M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ &2.\ M_1 \,.\, s_1 - M_2 \,.\, s_2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ &3.\ M_1 \,.\, s_1^{\,2} + M_2 \,.\, s_2^{\,2} = \Theta_s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \end{aligned}\right\} 7)$$

Hierin bedeutet Θ_s das Trägheitsmoment der Flügelstange, bezogen auf eine durch den Schwerpunkt gehende Achse, die senkrecht zur Bewegungsebene der Stange steht. Aus diesen Gleichungen lassen sich die drei Ersatzmassen berechnen. Durch Einsetzen von 2 in 3 ergibt sich:

$$M_1 \,.\, s_1^{\,2} + M_1 \,.\, s_1 \,.\, s_2 = \Theta_s$$
$$M_1 \,.\, s_1 \,(s_1 + s_2) = M_1 \,.\, s_1 \,.\, l = \Theta_s = M_2 \,.\, s_2 \,.\, l$$

oder

$$\left.\begin{aligned} &M_1 = \frac{\Theta_s}{s_1 \,.\, l}, \quad M_2 = \frac{\Theta_s}{s_2 \,.\, l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \text{und} \quad &M_s = M - (M_1 + M_2) = M - \frac{\Theta_s}{s_1 \,.\, s_2} \quad . \quad . \quad . \end{aligned}\right\} 8)$$

Die Masse M_1 fällt in den Kurbelzapfen B, führt also eine reine Rotationsbewegung aus. Für sie gilt $M_{R_1} = M_1$, wenn der Zeiger R auf die Reduktion hindeutet.

---

[1]) Nach Föppl IV (1909) S. 256 u. f. läßt sich jeder symmetrische Körper, der eine ebene Bewegung ausführt, durch 2 Punktmassen ersetzen. Dann darf aber nur 1 Ersatzpunkt eine vorgeschriebene Lage einnehmen. Die Lage des 2. Punktes ist durch den ersten mitbestimmt. In unserm Falle sind die Abstände zweier Ersatzpunkte von Punkt S vorgeschrieben, deshalb sind 3 Punkte für den vollkommenen Ersatz erforderlich.

Die Masse M_2 fällt in den Schwerpunkt des Kolbens. Ihre Bewegung ist wie jene des Kolbens nur hin- und hergehend. Es können demnach Kolbenmasse und M_2 gemeinsam behandelt werden.

Die Masse M_s führt eine elliptische Bewegung aus. — Zunächst sei die Reduktion der rein hin- und hergehenden Massen betrachtet.

α) Reduktion der im Kolbenschwerpunkt vereinigten Massen $M_2 + M_K = M_A$, deren Bewegung eine rein hin- und hergehende ist.

M_K bedeutet die Masse des Kolbens,
M_2 „ „ Teilmasse der Flügelstange, welche auf den Kolbenzapfen entfällt,
c bedeutet die Kolbengeschwindigkeit,
v „ „ Kurbelzapfengeschwindigkeit.

Dann ist $M_{AR} = M_A \cdot \left(\frac{c}{v}\right)^2$ die auf den Kurbelzapfen reduzierte Masse. Die Reduktion ist auch für veränderliches v richtig, da das Verhältnis $\frac{c}{v}$ für jede Stellung des Kurbelzapfens durch die Abmessungen der Getriebeteile eindeutig festgelegt ist. $M_A \cdot \left(\frac{c}{v}\right)^2$ läßt sich zeichnerisch auf folgende Weise ermitteln [1]):

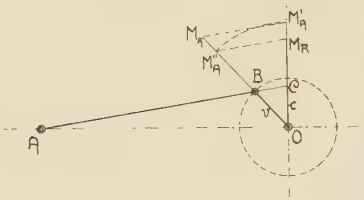


Fig. 9.

In Fig. 9 soll der Maßstab der Geschwindigkeiten derart gewählt sein, daß die Kurbelzapfengeschwindigkeit v durch die Länge des Kurbelradius r ausgedrückt ist. Also: $v = B\,O = r$. Dann ist nach den Lehren der Kinematik: $O\,C = c$. Trägt man demnach auf O B die Größe M_A ab, als Strecke $O\,M_A$, und zieht in M_A eine Parallele zur Flügelstangenrichtung, so ist $M_A'O = M_A \cdot \frac{c}{v}$, wie aus der Ähnlichkeit der Dreiecke O C B und $O\,M_A\,M_A'$ hervorgeht. Trägt man nun $M_A'O$ abermals auf O B ab, als $O\,M''_A$ und zieht die zu C B parallele Gerade $M_A''M_{AR}$, so ergibt sich wegen der Ähnlichkeit von $M_A M_A' O$ und $M_A'' M_R O$:

$$M_{AR} = M_R\,O = M_A \cdot \left(\frac{c}{v}\right)^2.$$

[1]) Siehe auch Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen. S. 104. 2. Aufl.

Mit dieser Konstruktion läßt sich M_{AR} für eine beliebige Anzahl von Kolbenstellungen zeichnerisch ermitteln. — Sodann wäre zu betrachten die

β) Reduktion der Masse M_S [1]).

Etwas weniger einfach ist die Reduktion der Masse M_S, welche auf den Schwerpunkt der Flügelstange entfällt. Die auf den Kurbelzapfen reduzierte Masse M_{SR} ergibt sich zu $M_{SR} = M_S \cdot \left(\frac{v_s}{v}\right)^2$, wenn v_s die Geschwindigkeit des Schwerpunktes bedeutet.

Ist in Fig. 10 die Geschwindigkeit v des Kurbelzapfens bekannt, so ergibt sich die Kolbengeschwindigkeit c geometrisch zu $c = v \dashrightarrow v_r$. v_r ist hierin die Relativgeschwindigkeit, welche der Punkt A infolge der Drehung der Flügelstange um B annimmt; sie steht senkrecht auf A B. Für jeden Punkt zwischen A und B wird seine Relativgeschwindigkeit proportional der Entfernung des betr. Punktes von B verkleinert.

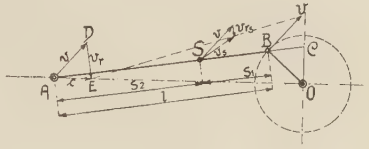


Fig. 10.

Die Relativgeschwindigkeit v_{rs} beträgt z. B. für Punkt S

$$v_{rs} = v_r \cdot \frac{s_1}{l}.$$

Somit ergibt sich für die wirkliche Geschwindigkeit von S

$$v_s = v \dashrightarrow v_{rs} = v \dashrightarrow v_r \frac{s_1}{l}.$$

Dieser Wert soll nun zeichnerisch auf einfache Weise ermittelt werden.

Die Dreiecke O C B und A D E sind ähnlich, da ihre Seiten gegenseitig aufeinander senkrecht stehen. Stellt nun O B die Größe v dar, so ist $BC = v_r$.

In Fig. 10a ist O B im Verhältnis geteilt: $\frac{BF}{BO} = \frac{s_1}{l}$. Die zu O C parallele Gerade F G teilt B C im gleichen Verhältnis wie O B; daher:

$$BG = BC \cdot \frac{s_1}{l} = v_r \cdot \frac{s_1}{l}.$$

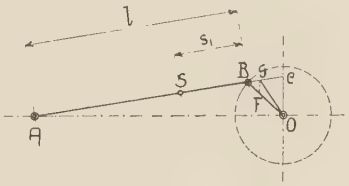


Fig. 10a.

Somit ergibt sich:

$$v_s = OG = OB \dashrightarrow BG = v \dashrightarrow v_r \cdot \frac{s_1}{l}.$$

---

[1]) Siehe auch Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen. S. 111. 2. Aufl.

Die Reduktion der Masse M_S erfolgt nach der gleichen Weise, die bei Fig. 9 besprochen ist, sodaß man für jeden Punkt des Kurbelkreises den Wert erhält:

$$M_{SR} = M_S \cdot \left(\frac{v_s}{v}\right)^2.$$

Die bisher abgeleiteten Werte können in ihrer Gesamtheit in ein

b) Diagramm der reduzierten Gewichte

eingetragen werden.

Hierbei ist die Flügelstange durch 3 Punktmassen ersetzt. Das Diagramm läßt einen Überblick gewinnen, wie sich diese reduzierten Massen während einer Umdrehung ändern. Sie sollen als Ordinaten über dem abgewickelten Kurbelzapfenweg aufgetragen werden. Als Zahlenbeispiel diene hierfür die Flügelstange der Fig. 4 mit einem Gewichte $G = 2{,}55$ kg. Das Gewicht des zugehörigen Kolbens beträgt 2,1 kg. Die Reduktion soll nicht mit den „Punktmassen" vorgenommen werden, sondern gleich in den Gewichten dieser Massen. Die späteren Untersuchungen erfordern dies gleichfalls.

Der Masse M_S entspricht das Gewicht G_S
„ „ M_A „ „ „ $G_A = G_2 + G_K$
„ „ M_1 „ „ „ G_B

Nach den Gleichungen 8 war:

$$M_1 = \frac{\Theta_0}{s_1 \cdot l}, \quad M_2 = \frac{\Theta_0}{s_2 \cdot l} \text{ und } M_S = M - (M_1 + M_2).$$

Bekannt ist das Trägheitsmoment Θ_A, bezogen auf den Kolbenzapfen A, als $\Theta_A = 1{,}22$ cm kg sec².

Hieraus ergibt sich das auf die Schwerpunktsachse bezogene Trägheitsmoment nach Fig. 8 zu:

$$\Theta_S = \Theta_A - M \cdot s_2^2$$
$$= 1{,}22 - \frac{2{,}55}{981} \cdot 19{,}2^2 = 0{,}26 \text{ cm kg sec}^2.$$

Somit:

$$M_1 = \frac{0{,}26}{5{,}8 \cdot 25} = 0{,}00179 \text{ kg sec}^2/\text{cm}$$

und

$$G_B = G_1 = 0{,}00179 \cdot 981 = 1{,}75 \text{ kg}$$

$$M_2 = \frac{0{,}26}{19{,}2 \cdot 25} = 0{,}00054 \text{ kg sec}^2/\text{cm}$$

und

$$G_2 = 0{,}00054 \,.\, 981 = 0{,}53 \text{ kg}$$

endlich:

$$G_S = G - (G_1 + G_2) = 0{,}27 \text{ kg}.$$

Zu reduzieren ist demnach:

Das Gewicht G_S von 0,27 kg, im Punkt S angreifend, sowie das Gewicht G_A von (0,53 + 2,1) = 2,63 kg, im Punkt A angreifend; das Gewicht G_B = 1,75 kg greift schon im Kurbelzapfen an. Das Diagramm dieser auf den Kurbelradius reduzierten Gewichte ist in Fig. 11 in der Lage gezeichnet, wie es später zur Verwendung gelangt. Auf der vertikal stehenden Achse a/a erscheinen die 24 Teile des aufgerollten Kurbelkreises. Zu jeder dieser Ordinaten wurde das entsprechende, nach dem oben besprochenen Verfahren ermittelte reduzierte Gewicht als Abszisse aufgetragen. Die Größe G_{BR} bleibt während der ganzen Umdrehung konstant, erscheint daher im Diagramm als Gerade b/b, parallel zur Achse a/a. Diese Parallele dient als Nullachse für die Größen G_{SR} und G_{AR}, deren Veränderlichkeit aus den beiden dünn ausgezogenen Kurven ersichtlich ist. Beide Kurven sind symmetrisch zu der durch Punkt 12 gehenden Horizontalen. Diese Eigenschaft kommt auch der Summe der Abszissen beider Kurven, der stark ausgezogenen Kurve in Fig. 11 zu. Sie drückt die Werte $(G_B + G_S + G_A)_R$, bezogen auf Achse a/a, aus und gibt die theoretisch richtige Veränderlichkeit der auf den Kurbelzapfen reduzierten Gewichte der hin- und hergehenden Teile der Maschine an.

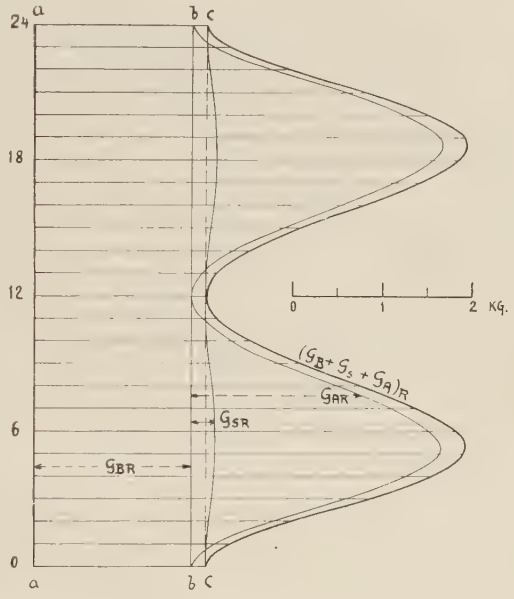


Fig. 11.

Es wäre nun äußerst mühsam, diese von Wittenbauer angegebene Konstruktion für die sämtlichen Maschinen der Tabelle 1 durchzuführen. Nicht nur, daß jede Maschine andere Gewichte der Gangwerksteile aufweist, sie haben auch alle verschiedene Zylinderzahlen. So müßten z. B.

für die 16-Zylinder-Maschine die Ordinaten von 8 Kurven der Fig. 11, die alle um $\frac{2\pi}{8}$ gegeneinander verschoben sind, zeichnerisch addiert werden. Abgesehen von der Umständlichkeit dieser Arbeit wären auch die Endergebnisse sehr ungenau.

Im folgenden soll daher ein analytischer Weg zur Angabe der Kurven der reduzierten Massen von Fahr- und Flugzeugmaschinen angegeben werden, der für jede Zylinderzahl rasch zum Ziele führt und stets den gleichen Grad der Genauigkeit beibehält.

c) Ersatz der Flügelstange durch 2 Punktmassen und analytische Bestimmung der reduzierten Gewichte.

Das analytische Verfahren besteht dem Wesen nach in der „harmonischen Auflösung" der in Fig. 11 dargestellten Kurve der reduzierten Gewichte. Es erfordert jedoch den Ersatz der Masse der Flügelstange durch 2 Punktmassen, von denen die eine im Kurbelzapfen B, die andere im Kolbenzapfen A liegt. Die Geschwindigkeit des Zapfens A läßt sich analytisch auf einfache Weise ausdrücken. Für die Geschwindigkeit des Schwerpunktes S wäre dies nicht möglich.

Ein Blick auf das Diagramm Fig. 11 lehrt, daß der größte sowie der kleinste Wert von G_{SR} während einer Umdrehung je zweimal wiederkehren. Das Minimum tritt bei den Punkten 0 bzw. 24 und 12 auf, entsprechend den Kurbeldrehwinkeln von 0^0 und 180^0. Für beide Stellungen ist die Kolbengeschwindigkeit $c = 0$, und die Geschwindigkeit des Schwerpunktes S ergibt sich nach Fig. 12 zu $v_s = v \cdot \frac{s_2}{l}$ und

$$\left(\frac{v_s}{v}\right)^2 = \left(\frac{s_2}{l}\right)^2,$$

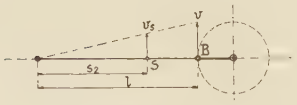


Fig. 12.

weiter ist

$$G_{SR} = G_S \cdot \left(\frac{v_s}{v}\right)^2 = G_S \cdot \left(\frac{s_2}{l}\right)^2$$

und

$$M_{SR} = M_S \left(\frac{s_2}{l}\right)^2.$$

Kleiner kann der Wert von M_{SR} nicht werden. Verlegt man daher die Masse $M_S \left(\frac{s_2}{l}\right)^2$ direkt in den Kurbelzapfen B, so bringt sie eine konstant bleibende Massenwirkung hervor, entsprechend der Geraden c/c in Fig. 11.

Bringt man den verbleibenden Rest

$$M_S - M_S \left(\frac{s_2}{l}\right)^2 = M_S \cdot \left[1 - \left(\frac{s_2}{l}\right)^2\right]$$

nach dem Kreuzkopfzapfen und reduziert ihn in der in Fig. 9 gezeigten Weise, dann fallen alle so erhaltenen Punkte mit größter Annäherung in die zuvor schon gefundene Kurve G_{SR}, wenn jetzt die Achse c/c als Nullachse gewählt wird. Die kleine Ungenauigkeit dieser Annäherungsmethode ließ sich zeichnerisch nicht nachweisen, ein Beweis, daß der Ersatz der Flügelstangenmasse durch 2 Punktmassen eine große Berechtigung hat. Es würde zu sehr verwickelten Rechnungen führen, den Genauigkeitsgrad analytisch festzulegen. Wir begnügen uns damit, festzustellen, daß zeichnerisch eine Differenz nicht nachweisbar war [1]).

Die Masse M_B, welche auf Grund dieser Überlegung auf den Kurbelzapfen entfällt, bestimmt sich zu:

$$M_B = M_1 + M_S \left(\frac{s_2}{l}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{Fig. 8)}$$

Mit Hilfe der Gleichung 8 findet sich:

$$M_B = \frac{\Theta_s}{s_1 \cdot l} + \left(M - \frac{\Theta_s}{s_1 s_2}\right) \cdot \left(\frac{s_2}{l}\right)^2$$

$$= \frac{\Theta_s}{l^2} + M\left(\frac{s_2}{l}\right)^2 = \frac{\Theta_s + M \cdot s_2^2}{l^2}$$

Somit:

$$M_B = \frac{\Theta_A}{l^2} \quad \text{und} \quad M_A = M - M_B \text{ [2])} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

Die auf B und A entfallenden Gewichte ergeben sich zu

$$\left.\begin{aligned} G_B &= \frac{\Theta_A}{l^2} \cdot 981 \text{ kg} \\ \text{und} \qquad G_A &= G - G_B \quad ,, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9\,a)$$

Die prozentualen Werte, welche G_B und G_A annehmen, sind schon in den Gl. 5a und 5b festgelegt worden.

Da G_B in den Kurbelzapfen fällt, braucht es nicht weiter reduziert zu werden; es zeigt sich im Diagramm der Fig. 11 als Gerade c/c.

Sind in den Maschinen noch weitere rotierende Gewichte G′ vorhanden, deren Schwerpunkt im Abstand R liegt, so werden sie nach der Formel $G_R' = G' \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2$ reduziert. Sie verschieben im Diagramm die Nullinie a/a um G_R' nach links.

---

[1]) Tolle kommt zu dem gleichen Ergebnis, S. 115, 2. Aufl.

[2]) Die gleichen Werte findet Tolle auf etwas anderem Wege. (2. Aufl. S. 115.)

Die Reduktion von G_A erfolgt nach der Regel: $G_{AR} = G_A \cdot \left(\frac{c}{v}\right)^2$.

Für die weiteren Betrachtungen soll in G_A auch schon das Gewicht des Kolbens enthalten sein.

Die zeichnerische Methode der Reduktion ist bekannt (siehe Fig. 9). Sie läßt sich durch eine analytische ersetzen, sobald für jeden Kurbelwinkel die Größen c und v bekannt sind. v sei als gegeben vorausgesetzt, dann ist bekanntlich die Geschwindigkeit c des Punktes A:

$$c = v \cdot \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{l} \cdot v \cdot \sin 2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

Hieraus

$$\frac{c}{v} = \sin\alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha,$$

wenn

$$\frac{r}{l} = \lambda$$

gesetzt wird. Somit ist

$$\left(\frac{c}{v}\right)^2 = \sin^2\alpha + \lambda \cdot \sin\alpha \cdot \sin 2\alpha + \frac{\lambda^2}{4} \sin^2 2\alpha$$

Bringt man diese Gleichung in die Gestalt einer Fourierschen Reihe, so lautet sie:

$$\left(\frac{c}{v}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \frac{1}{2} \cos 2\alpha - \frac{\lambda}{2} \cos 3\alpha - \\ - \frac{\lambda^2}{8} \cdot \cos 4\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Multipliziert man noch die beiden Seiten mit G_A, so erhält man:

$$G_{AR} = G_A \cdot \left(\frac{c}{v}\right)^2 = G_A \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right) + G_A \cdot \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \cos 2\alpha - \frac{\lambda}{2} \cos 3\alpha - \frac{\lambda^2}{8} \cos 4\alpha\right) \quad . \quad . \quad . \quad 11\,a)$$

Die Gleichung stellt in dieser Form die harmonische Auflösung der Kurve der reduzierten Gewichte der hin- und hergehenden Maschinenteile dar. Sie besagt, daß die Kurve für G_{AR} sich zusammensetzt:

1. aus einem konstanten Wert: $G_A \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right)$, welcher im Diagramm (Fig. 13) als Achse d/d parallel zur Nullachse a/a erscheint;
2. aus den vier übereinandergelagerten Kosinusschwingungen:

$$\text{I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad + G_A \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$\text{II} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad - G_A \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\text{III} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad - G_A \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \cos 3\alpha$$

$$\text{IV} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad - G_A \cdot \frac{\lambda^2}{8} \cdot \cos 4\alpha ,$$

zu welchen die zuvor genannte Parallele d/d die Nullachse bildet. Diese vier Schwingungen kann man sich hergeleitet denken aus vier Drehstrecken, deren Radien die Längen

$$G_A \cdot \frac{\lambda}{2}, \qquad \frac{G_A}{2},$$

$$G_A \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{und} \quad G_A \cdot \frac{\lambda^2}{8}$$

aufweisen, und welche sich, von der gleichen Nullstellung ausgehend, derart bewegen, daß die zweite 2, die dritte 3 und die vierte 4 Umdrehungen vollendet, bis die erste Strecke sich um 360° dreht. Die Schwingungen sollen als erste (I.), zweite (II.), dritte (III.) bzw. vierte (IV.) Schwingung bezeichnet werden. In Fig. 13 ist diese Methode für das bereits behandelte Beispiel benützt, um den Verlauf der reduzierten Gewichte der hin- und hergehenden Massen zu bestimmen. Das Endresultat ist das gleiche wie bei Fig. 11. Beim Aufzeichnen der Drehstrecken I, II, III und IV ist zu beachten, daß die Drehstrecke I in der Nullstellung entgegengesetzt gerichtet sein muß wie die übrigen,

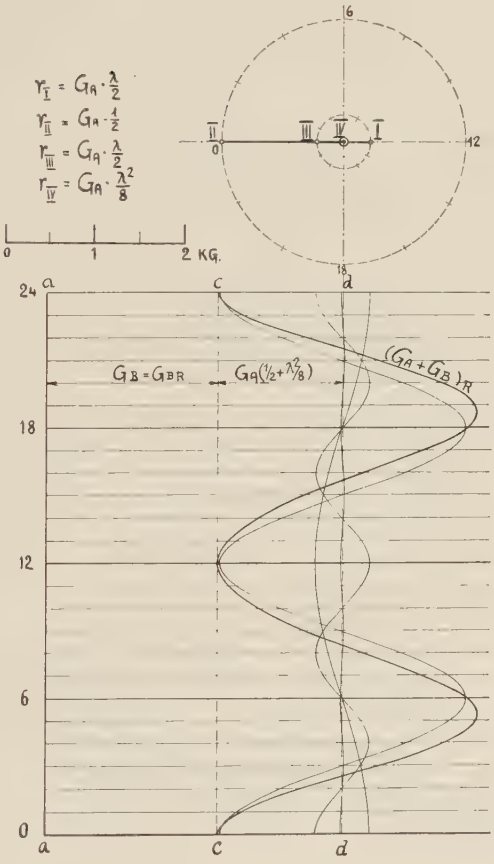


Fig. 13.

weil das Glied $G_A \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \cos \alpha$ für $\alpha = 0^0$ mit positiven Vorzeichen erscheint. Von der Nullachse a/a in Fig. 13 ausgehend, trägt man $G_B = G_{BR}$ ab und erhält somit die schon in Fig. 11 gefundene Achse c/c. Geht man entsprechend dem konstanten Gliede der Gl. 11a um den Betrag $G_A \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right)$ weiter, so kommt man auf die Achse d/d, die Nullachse für alle vier Kosinuslinien.

Dem Ausschlage nach ist die II. Schwingung die weitaus größte. Die I. und III. sind einander gleich, und die IV. ist verschwindend klein $\left[\frac{\lambda^2}{8}\right.$ ist im allgemeinen gleich $\left.\frac{\frac{1}{4{,}5^2}}{8} = \frac{1}{162}\right]$; sie soll jedoch nicht vernachlässigt werden.

Dieses rechnerisch-zeichnerische Verfahren führt schon bei der Einzylinder-Maschine schneller zum Ziel als das rein zeichnerische. In erhöhtem Maße treten seine Vorzüge bei den Mehrzylindermaschinen zutage. Bei diesen werden sich einige der Drehstrecken zu Null ergänzen und für das Aufzeichnen des Diagrammes in Wegfall kommen; andere werden sich addieren, und sie gestatten somit, mehrere Kosinuslinien durch eine einzige zu ersetzen, so daß man mit einem Minimum von Zeichenarbeit die endgültige Kurve der reduzierten Gewichte erhält.

Nun kann dazu geschritten werden den Kern des Verfahrens von Wittenbauer kennen zu lernen. Er besteht darin, die Veränderlichkeit der Kolbenkräfte und der reduzierten Massen im sog. Massenwuchtdiagramm darzustellen, wobei die Kolbenkräfte ihrerseits im Arbeitsdiagramm zum Ausdruck kommen. Es wird also vorerst noch das Arbeitsdiagramm zu entwickeln sein.

d) Das Arbeitsdiagramm.

Wittenbauer geht in seinem Verfahren von dem Wuchtsatze [1]) aus:

> Die Zunahme an Wucht (Arbeitsvermögen) ist gleich der von allen Kräften geleisteten Arbeit.

Bezeichnet man nun alle auf den Kurbelzapfen reduzierten bewegten Massen mit M_R, so läßt sich für die Wucht E derselben schreiben

$$E = M_R \cdot \frac{v^2}{2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad 12)$$

wenn v die momentane Kurbelzapfengeschwindigkeit ist.

Bei jeder Maschine ändert sich die Triebkraft nach einem bestimmten Gesetze. Die Arbeitsabgabe nach außen erfolgt nach einem beliebigen

[1]) Tolle gebraucht das kurze Wort „Wucht“ für lebendige Kraft.

anderen Gesetze. Ist in einem Augenblick die Triebkraft P größer als der Widerstand W, dann trägt die Differenz P—W dazu bei, die Wucht E zu vergrößern. Überwiegt der Widerstand, dann geben die reduzierten Massen Arbeit nach außen ab, d. h. E wird verkleinert. Es wird ein ständiges Wechselspiel eintreten, dessen Klarlegung dadurch erschwert wird, daß die beiden in Betracht kommenden Größen: „Kraft und reduzierte Maße" veränderlich sind. Soll aus Gl. 12 unter Berücksichtigung aller Veränderlichen die augenblickliche Kurbelzapfen-Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2E}{M_R}}$ berechnet werden können, so ist vor allem zu ermitteln:

1. Für jede Kurbelstellung die Differenz der bis dahin von den Kräften P und W geleisteten Arbeiten A.

$$A = A_P - A_W \quad ^1)$$

2. Die in jeder Kurbelstellung vorhandene Gesamtwucht E. Sie setzt sich zusammen aus der in der Nullstellung der Kurbel vorhandenen Wucht E_0 und dem von dieser Stellung an geleisteten Arbeitsüberschuß A.

$$E = E_0 + A \text{ mkg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Die Ermittelung des Diagrammes der A_P erfolgt an Hand des Indikatordiagrammes Fig. 15. Dort ist die Triebkraft P graphisch als Funktion des Kolbenweges s gegeben, und zwar ist

$$A_P = \int P \, . \, ds.$$

Zur Ausführung der Integration wird der durch einige kleine Umformungen gewonnene graphische Weg benutzt. Aus der obigen Gleichung folgt: $d\,A_P = P \, . \, ds$ und

$$P = \frac{d\,A_P}{ds} = \operatorname{tg} \alpha.$$

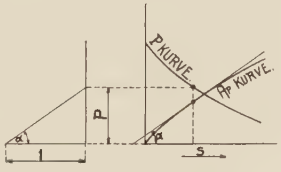


Fig. 14.

Dies läßt sich auch schreiben:

$$\frac{P}{l} = \frac{d\,A_P}{ds} = \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

D. h. in dem gesuchten Diagramm der A_P, abgetragen über dem Kolbenweg s, ist der Neigungswinkel α in einem beliebigen Punkt, durch die entsprechende Kraft P bestimmt (siehe Fig. 14).

Konstruiert man rechtwinklige Dreiecke mit der einen konstanten Kathete „l" und der zweiten, veränderlichen Kathete „P", so ergibt sich letzterer gegenüber der zu dem jeweiligen P gehörige Winkel α,

---

[1]) Diese Art, die veränderlichen Triebkräfte P in Rechnung zu ziehen, ist viel fruchtbarer als das früher gebräuchliche Arbeiten mit Tangentialkräften,

der die Neigung des betreffenden Kurvenstückes im A_P-Diagramm bestimmt; denn stets ist die Gl. 14 erfüllt. Die Länge der Einheitskathete, welche K mm betragen soll, wird durch die gewählten Maßstäbe festgelegt.

Es sei in Fig. 15

der Maßstab der P	1 kg	= μ_1 mm
„ „ „ A_P	1 mkg	= μ_2 „
„ „ „ s	1 m	= μ_3 „

Hiermit geht Gl. 14 über in

$$\frac{P \cdot \mu_1}{K} = \frac{d A_P \cdot \mu_2}{ds \cdot \mu_3}.$$

Ist nun

$$P = 1 = \frac{d A_P}{ds},$$

so folgt die Einheitsstrecke zu:

$$K = \frac{\mu_1 \cdot \mu_3}{\mu_2} \text{ mm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Teilt man nun das Indikatordiagramm, wie Fig. 15 zeigt, durch Parallelen zur P-Achse in eine genügend große Anzahl von Elementen P′, P″ usw. ein, innerhalb deren P als konstant und gleich dem Mittelwert $P = \frac{P' + P''}{2}$ angesehen werden kann, so erhält man nach der oben besprochenen Konstruktion die A_P-Kurve durch lauter kleine Tangentenstückchen dargestellt. Die Annäherung an die wirkliche A_P-Kurve ist umso besser, je mehr Teilpunkte gewählt werden [1]).

Das Indikatordiagramm, welches durch Änderung des Ordinatenmaßstabes zur P-Kurve wird, erstreckt sich bei der Viertaktmaschine über 2 Umdrehungen bzw. 4 Kolbenhübe: „den Explosionshub E, den Auspuffhub A, den Saughub S und den Verdichtungshub V" (siehe Fig. 15). Positive Arbeit wird nur beim Explosionshub geleistet. Dementsprechend steigt die A_P-Linie ständig bis zum Ende des ersten Hubes und sinkt von hier an, entsprechend den Widerständen im Zylinder, bis zum Ende der Periode. In Fig. 15 sind für die 4 Hübe sowohl die P-Kurve (Indikatordiagramm) als auch die A_P-Kurve mit ihren vier Teilen E, A, S und V über einem Kolbenweg gezeichnet.

Das A_P-Diagramm ändert sich für jede Maschine, weil Zylinderbohrung und Kohlenhub andere Werte annehmen. Dieser Übelstand,

---

[1]) Diese Konstruktion verwendet in ausgiebigster Weise Kadrnozka in dem Aufsatze: Graphische Darstellung der Bewegungsgröße elektrisch betriebener Fahrzeuge. (Elektr. Bahnen 1904, Heft 21.)

der für jede Maschine ein neues Diagramm fordern würde, läßt sich leicht umgehen, wenn man es für einen „Einheitszylinder" von 1 Liter Hubvolumen aufzeichnet und bei allen übrigen Zylindern den Maßstab ändert. Die Leitung pro Zylinder berechnet sich wie bekannt zu:

$$N_e = F \cdot p_i \cdot s \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{\eta}{60.75} \quad . \quad . \quad . \quad PS$$

Hierin bedeutet $F \cdot p_i$ unser P, und $F \cdot p_i \cdot s$ ist die im Zylinder pro Periode geleistete Arbeit. Setzt man nun:

$$\left.\begin{array}{l} F = 10\ cm^2 \\ \text{und} \quad s = 1\ m \end{array}\right\} \text{ d. h. } V = 10\ cm^2 \cdot 100\ cm = 1\ \text{Liter},$$

so beträgt, da nach Fig. 1 $p_i = 6{,}32$ Atm. ist, die Arbeit pro Periode: $6{,}32\ kg/cm^2 \cdot 1$ Liter $= 6{,}32$ Liter Atm. $= 63{,}2$ mkg. Ist aber in Wirklichkeit $F = 10 \cdot \alpha\ cm^2$ und $s = \beta$ m, so ist die tatsächliche Arbeit pro Periode:

$$63{,}2 \cdot \alpha \cdot \beta\ mkg = 63{,}2 \cdot \gamma\ mkg \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

wenn γ das Zylindervolumen [in Litern] bedeutet.

Aus dem Indikatordiagramm (Fig. 15) kann das Einheitsdiagramm der A_P entwickelt werden, nachdem die Maßstäbe festliegen. Im ersteren bedeutet für die Abszissen $1\ kg/cm^2 = 10$ mm und, bezogen auf den Einheitszylinder, also

bei $F = 10\ cm^2$ . . . . $1\ kg = 1\ mm$ d. h. $\mu_1 = 1\ mm$
und für die Ordinaten . . $1\ m = 200\ mm$ „ $\mu_3 = 200$ „

Für das A_P-Diagramm ergab sich als passender Maßstab:

$$1\ mkg = 1{,}82\ mm, \text{ d. h. } \mu_2 = 1{,}82\ mm.$$

Hieraus die Einheitsstrecke K nach Gl. 15 zu

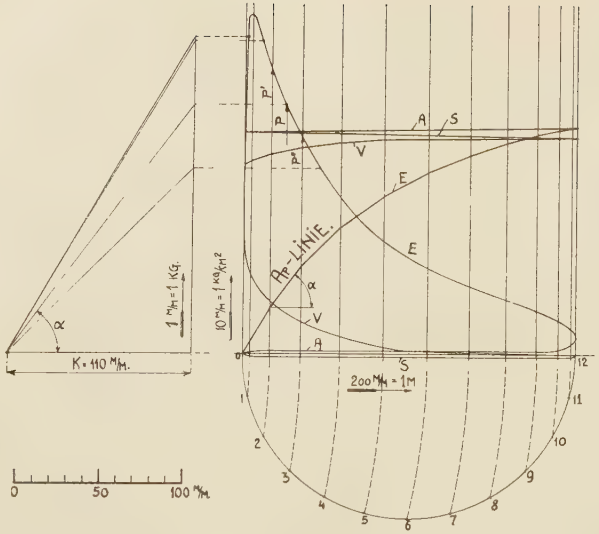
$$K = \frac{1 \cdot 200}{1{,}82} = 110\ mm.$$

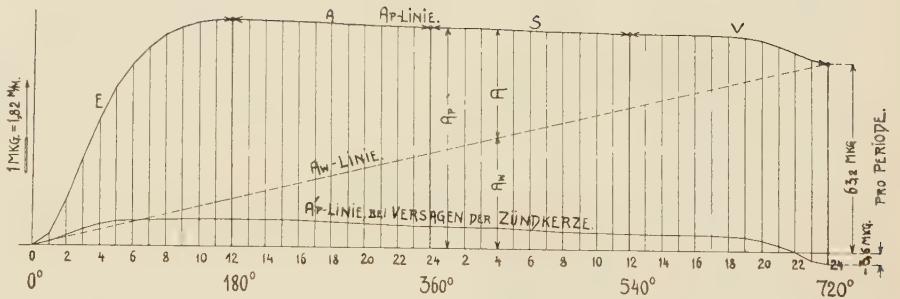
Nachdem die Konstruktion des A_P-Diagrammes durchgeführt ist, muß sich als Kontrolle ergeben, daß die Endordinate der A_P-Linie der Arbeit von 63,2 mkg entspricht. Ihre Länge beträgt demnach im vorliegenden Falle:

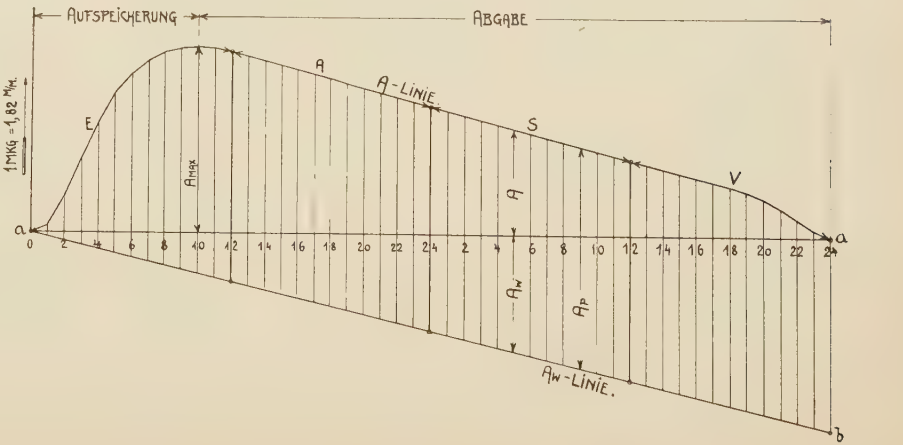
$$63{,}2\ mkg \cdot 1{,}82\ mm/mkg = 115\ mm.$$

Die Leistung unserer Maschinen nahmen wir durchweg zu 60 PSe $= 75$ PSi an. Ohne Rücksicht auf die Anzahl der Zylinder muß demnach die indizierte Arbeit pro Periode, d. i. pro 2 Umdrehungen:

$$A_i = \frac{75\ PS_i \cdot 75 \cdot 60}{1600/2} = 422\ mkg$$







DAS ARBEITS-DIAGRAMM

FÜR DEN

EINHEITSZYLINDER (V = 1 LITER).

BEI U = 1600 UMDREH. i. D. MIN. UND p_i = 6,32 ATM.

Fig. 15 bis 17.

betragen. Sind i Zylinder vorhanden, so treffen auf einen Zylinder

$$\frac{422}{i} \text{ mkg} = 63{,}2 \,.\, \gamma \text{ mkg (nach Gl. 16).}$$

Nun zeigt die Endordinate unseres Einheitsdiagrammes eine Länge von 115 mm, die z. B. bei der Einzylindermaschine einer Arbeit von 422 mkg entspricht. D. h. 1 mm Ordinate würde $\frac{422}{115} = 3{,}67$ mkg bedeuten.

Bei einer Maschine mit i Zylindern werden i Einheitsdiagramme addiert, so daß

$$i \,.\, 115 \text{ mm} = 422 \text{ mkg ergeben.}$$

Hieraus rechnet sich ganz allgemein der Maßstab des Arbeitsdiagrammes für eine Maschine mit i Zylindern zu

$$1 \text{ mm} = \frac{422}{115 \,.\, i} = \frac{3{,}67}{i} \text{ mkg,}$$

der in Tab. 3 für alle Zylinderzahlen eingetragen ist.

Die Abszissen der Fig. 15 sind dermaßen aufgezeichnet, daß sie zu den 24 gleichen Teilpunkten des Kurbelkreises gehören. Wickelt man, wie dies in Fig. 16 geschehen, letzteren zweimal ab, entsprechend einem Kurbeldrehwinkel von 720^0, so können als Ordinaten für die A_P-Linie der Fig. 16 direkt jene der Fig. 15 übernommen werden. Diese Darstellung bietet den Vorteil, daß die Arbeitskurve des Widerstandes, die A_W-Linie, eine einfache Gestalt annimmt. Setzt man nämlich voraus, daß die Arbeit der Maschine kontinuierlich aufgezehrt wird, d. h. der Widerstand W in jedem Augenblick der gleiche ist, so ergibt sich, da $A_W = W$. Kurbelzapfenweg ist, als A_W-Linie in Fig. 16 eine stetig ansteigende Gerade, deren Endordinate mit jener der A_P-Linie übereinstimmt. Im Beharrungszustand muß ja am Ende jeder Periode die Arbeitsbilanz den Wert Null ergeben.

Zieht man von den Ordinaten der A_P-Linie jene der A_W-Linie ab, so erhält man die Ordinaten der gesuchten A-Linie (Arbeitsüberschuß-Linie), die schon in Fig. 16 zum Ausdruck kommen. Um jedoch die A-Linie auf eine Horizontalachse zu beziehen, wurde die Fig. 16 in Fig. 17 umgezeichnet. Hier ist die A-Linie zugleich auch A_P-Linie, wenn man sie auf die A_W-Linie a/b als Nullachse bezieht.

Fig. 17 gibt sonach im Einheitsdiagramm für jeden Punkt des Kurbelkreises jenen Überschuß A, den die Arbeit der treibenden Kraft P über die Arbeit des Widerstandes W aufweist. Die mit E, A, S und V bezeichneten Strecken geben den Verlauf des Diagrammes während der 4 Hübe des Kolbens an. Aufgabe der bewegten Massen der Maschine ist es,

diesen Arbeitsüberschuß aufzuspeichern bzw. der Kurbelwelle zur Verfügung zu stellen.

Hierüber verschafft das nachfolgend zu besprechende Massenwuchtdiagramm am besten Klarheit.

e) Das Massenwuchtdiagramm.

Wie die bisher entwickelten Diagramme zeigen, sind sowohl die reduzierten Massen als auch die Arbeitsüberschüsse innerhalb einer Periode stark veränderlich. Wittenbauer wies nach, daß trotzdem noch das Arbeitsprinzip seine Gültigkeit behält [1]); es gilt daher:

$$\frac{1}{2} \cdot M_R \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot M_{R0} \cdot v_0^2 = \int_{\cdot}^{\cdot} \left(P - W\right) \cdot ds = A \quad . \quad . \quad 17)$$

Hierin bedeutet M_{R0} die gesamte auf den Kurbelzapfen reduzierte Masse und v_0 die Kurbelzapfengeschwindigkeit zu Beginn der Arbeitsperiode, während M_R und v für einen beliebigen Punkt des Kurbelkreises gelten.

Wählt man, wie dies zweckmäßig schon geschehen ist, statt der reduzierten Massen nur die reduzierten Gewichte, dann geht Gl. 17 über in:

$$G_R \cdot \frac{v^2}{2\,g} - G_{R0} \cdot \frac{v_0^2}{2\,g} = A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17\,a)$$

Vereinigt man nun das Arbeitsdiagramm einer Maschine mit dem Diagramm ihrer reduzierten Massen bzw. der reduzierten Gewichte G_R derart, daß die Werte G_R bei den verschiedenen Kurbelstellungen als Abszissen und die zu den betreffenden Kurbelstellungen gehörigen Werte A als Ordinaten erscheinen, so erhält man die von Tolle als „Massenwuchtdiagramm" bezeichnete geschlossene Kurve, die beispielsweise den Verlauf der Fig. 18 haben kann. Wird von der Nullachse ausgehend die anfänglich vorhandene Bewegungsenergie abgetragen zu

$$E_0 = M_0 \cdot \frac{v_0^2}{2} = G_{R0} \cdot \frac{v_0^2}{2\,g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17\,b)$$

(siehe auch Gl. 12), so ergibt sich in diesem Abstand E_0 die Achse a/a. Alle Energie, die von Beginn der Arbeitsperiode an zugeführt wird, addiert sich entsprechend ihrem Vorzeichen zu E_0, d. h. sie ist auf die Achse a/a zu beziehen. Für einen beliebigen Punkt b der Kurve gilt:

$$E = E_0 + A = G_R \cdot \frac{v^2}{2\,g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17\,c)$$

---

[1]) Graphische Dynamik der Getriebe (Z. f. Mathematik und Physik, 50. Band. S. auch Z. d. V. d. I. 1905, S. 473, Gl. 9).

Im Beharrungszustand ergibt sich als Massenwuchtdiagramm eine geschlossene Kurve, da nach jeder Arbeitsperiode wieder der Anfangszustand herrschen muß.

Die Koordinaten des beliebigen Punktes b stehen in der Beziehung

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{E}{G_R} = \frac{G_R \cdot v^2}{2g \cdot G_R} = \frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

d. h. der Winkel α ist ein Maß für die Geschwindigkeit v des Kurbelzapfens in der dem Punkt b entsprechenden Stellung. Gl. 18 erfüllt die Forderung: v unabhängig von jeder einschränkenden Annahme aus den beiden graphisch gegebenen Veränderlichen E und G_R bestimmen zu können. Aus Gl. 18 erhält man für die Kurbelzapfengeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2} \cdot g \cdot \sqrt{\operatorname{tg}\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

Zwischen v, dem Kolbenhub s und der Drehzahl n besteht die Beziehung:

$$v = s \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Soll statt v die Drehzahl n für jeden Punkt bestimmt werden, so gilt pro Minute:

$$n = \frac{60}{s \cdot \pi} \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{\operatorname{tg}\alpha}$$

und mit

$$\frac{g}{\pi^2} \sim 1 \quad . \quad . \quad . \quad n = \frac{60}{s} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\operatorname{tg}\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad 19\,a)$$

Voraussetzung hierfür ist, daß G_R in kg, s in m und A und E in mkg gemessen werden.

Mit den beiden äußersten Tangenten an die Massenwuchtkurve ergibt sich:

$$\operatorname{tg}\alpha_{max} = \frac{v^2_{max}}{2g} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}\alpha_{min} = \frac{v^2_{min}}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

Die beiden Berührungspunkte bezeichnen sonach jene Kurbelstellungen, in denen die äußersten Werte von v erreicht werden. Bedeutet nun:

δ den Ungleichförmigkeitsgrad der Maschine,

v die mittlere Kurbelzapfengeschwindigkeit, welche der mittleren Drehzahl n entspricht, so ist

$$v_{max} = v \cdot \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)$$

und

$$v_{min} = v \cdot \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)$$

Die Gleichungen 20 gehen hiermit über in:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha_{max} &= \frac{v^2}{2g}\left(1+\frac{\delta}{2}\right)^2 = \operatorname{tg}\alpha\,.\left(1+\frac{\delta}{2}\right)^2 \\ \operatorname{tg}\alpha_{min} &= \frac{v^2}{2g}\left(1-\frac{\delta}{2}\right)^2 = \operatorname{tg}\alpha\,.\left(1-\frac{\delta}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad 21)$$

Das Massenwuchtdiagramm charakterisiert die Beziehungen zwischen den reduzierten Massen und den wirksamen Kräften in der Maschine, ganz unabhängig von der Drehzahl der letzteren. Es wurde ja ohne Zuhilfenahme der Kurbelzapfengeschwindigkeit aufgezeichnet[1]).

Erst von dem Augenblick an, in dem in der Maschine ein bestimmtes „n" und somit dem Kurbelzapfen ein bestimmtes „v" zugeordnet werden, erhalten die Gl. 19—21 ihren eigentlichen Wert. Wählt man hierzu noch ein bestimmtes δ, dann können die Winkel α_{max} und α_{min} aus den Gl. 21 berechnet werden. Der Schnittpunkt der beiden Tangenten, welche unter diesen Winkeln an das Massenwuchtdiagramm gelegt werden, legt den Koordinatenanfangspunkt O fest (Fig. 18) und verleiht somit den Größen E und G_R ihren absoluten Wertmaßstab.

Schneidet ein Fahrstrahl durch O die Massenwuchtkurve mehr als einmal, so sind nach Gl. 19 in sämtlichen Kurbelstellungen, welche diesen Schnittpunkten entsprechen, die Geschwindigkeiten gleich groß. Punkt für Punkt läßt sich nun n oder v für eine ganze Arbeitsperiode bestimmen, indem man immer neue Fahrstrahlen durch O legt.

Vorteilhaft wird hierzu die von Tolle (Die Regelung der Kraftmaschinen, S. 120 u. f.) angegebene Konstruktion benutzt. Früher wurde gefunden:

$$v = \sqrt{2g\,.\,\frac{E}{G_R}} \quad \text{und} \quad n = \frac{60}{s}\sqrt{2\,.\,\frac{E}{G_R}}, \quad \text{(Gl. 18).}$$

Berücksichtigt man die Zeichenmaßstäbe:

für E . . . . . 1 mkg $= \mu_2$ mm,
für G_R . . . . . 1 kg $= \mu_4$ mm,

so ergibt sich, wenn E und G_R, in mm gemessen, der Zeichnung entnommen sind:

$$\left.\begin{aligned} v &= \sqrt{2g\,\frac{E\,.\,\mu_4}{G_R\,.\,\mu_2}} = \sqrt{2g\,\frac{\mu_4}{\mu_2}}\,.\,\sqrt{\operatorname{tg}\alpha} = c_1\,.\,\sqrt{\operatorname{tg}\alpha} \\ \text{und} \\ n &= \frac{60}{s}\,.\,\sqrt{2\,\frac{E\,.\,\mu_4}{G_R\,.\,\mu_2}} = \frac{60}{s}\,.\,\sqrt{2\,.\,\frac{\mu_4}{\mu_2}}\,.\,\sqrt{\operatorname{tg}\alpha} = c_2\,.\,\sqrt{\operatorname{tg}\alpha} \end{aligned}\right\} \quad . \; 22)$$

[1]) Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß die Massenwuchtkurve zur Bestimmung der Geschwindigkeit v eine ganz ähnliche Rolle spielt wie die

Dem Fahrstrahl unter α_{max} (Fig. 18) entspricht die Drehzahl:

$$n_{max} = c_2 \cdot \sqrt{tg\,\alpha_{max}}$$

Er schneidet auf der beliebig gewählten Ordinate e f eine Strecke ab von der Größe

$$\overline{ef} = n_{max}.$$

Zum Fahrstrahl unter $\sphericalangle\,\alpha$ gehört die Drehzahl $n = c_2 \cdot \sqrt{tg\,\alpha}$.

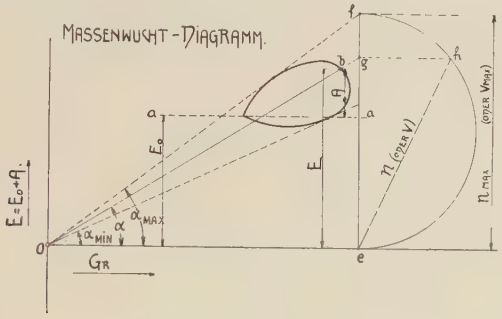


Fig. 18.

Nun ist

$$n^2_{max} = c_2{}^2 \cdot tg\,\alpha_{max}$$

$$\overline{ef} = n_{max} = \overline{Oe} \cdot tg\,\alpha_{max} = \overline{Oe} \cdot \frac{n^2_{max}}{c_2{}^2}$$

oder

$$\overline{Oe} = \frac{c_2{}^2}{n_{max}}.$$

Weiterhin ist

$$tg\,\alpha = \frac{\overline{eg}}{\overline{Oe}}$$

also:

$$n = c_2 \cdot \sqrt{\frac{\overline{eg}}{\overline{Oe}}} = c_2 \cdot \sqrt{\frac{\overline{eg}}{\frac{c_2{}^2}{n_{max}}}} = \sqrt{\overline{eg} \cdot n_{max}} = \sqrt{\overline{eg} \cdot \overline{ef}}$$

d. h. n ist die mittlere Proportionale zwischen $\overline{eg}$ und $\overline{ef}$ und drückt sich aus durch die Strecke $n = eh$, wenn h der Schnittpunkt der in g auf $\overline{ef}$ errichteten Senkrechten mit dem Halbkreis über $\overline{ef}$ ist.

Soll v ermittelt werden, so ist nur die Konstante c_2 durch c_1 zu ersetzen.

C-Kurve der Regulatoren. Vgl. die Gl. 19a dieser Arbeit mit der Gl. 80 in Tolle, 2. Aufl., S. 281.

Das Massenwuchtdiagramm, welches im obigen allgemein entwickelt wurde, soll in folgendem dazu benützt werden:

1. Bei gegebenem reduzierten Schwungradgewicht unserer Fahr- und Flugzeugmaschinen den Ungleichförmigkeitsgrad δ zu ermitteln, oder

2. Bei gegebenem δ das erforderliche reduzierte Schwungradgewicht G_{SR} zu bestimmen.

Hat man z. B. die Winkel α_{max} und α_{min} gegeben, so folgt aus den Gleichungen 21

$$\operatorname{tg} \alpha_{max} = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(1 + \delta + \frac{\delta^2}{4}\right)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{min} = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(1 - \delta + \frac{\delta^2}{4}\right)$$

und

$$\operatorname{tg} \alpha_{max} - \operatorname{tg} \alpha_{min} = \frac{v^2}{g} \cdot \delta$$

Somit:

$$\delta = \frac{g}{v^2} \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{max} - \operatorname{tg} \alpha_{min}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

Zur Berechnung des Schwungradgewichtes bei gegebenem δ ist im Diagramm zu unterscheiden zwischen den reduzierten Gewichten G_{HR} der rein hin- und hergehenden Teile und jenem $G_{RR} = G_{KR} + G_{SR}$ der rein rotierenden Teile. Hierbei ist $G_R = G_{RR} + G_{HR}$.

Sobald in einem gegebenen Fall durch den Schnittpunkt der zwei Tangenten unter α_{max} und α_{min} die Gesamtgröße G_R festgelegt ist, kann aus obiger Gleichung $G_R = G_{RR} + G_{HR}$ der Betrag G_{RR} ermittelt werden, denn G_{HR}, das zur Konstruktion des Massenwuchtdiagrammes unerläßlich ist, ist bereits bekannt.

Diese beiden unter 1 und 2 bezeichneten Rechnungen können nur angestellt werden, sobald das ganze Massenwuchtdiagramm einschl. seines Koordinatenanfangspunkts auf der Zeichnung zugänglich ist. Meist wird dies nur dadurch erreicht, daß der Maßstab der Zeichnung übertrieben klein gewählt wird. Dann leidet die Genauigkeit der Bestimmung jedoch derart, daß es ratsamer erscheint, diesen Übelstand durch das im folgenden entwickelte rechnerische Näherungsverfahren zu beseitigen.

f) Näherungsverfahren zur Bestimmung des Schwungradgewichtes.

Die Annäherung stützt sich darauf, daß die horizontale Ausdehnung der geschlossenen Massenwuchtkurve in den weitaus meisten Fällen

verschwindend klein ist, im Verhältnis zu ihrem Abstande vom Nullpunkt.

Das Verfahren soll an Hand der Fig. 19 erläutert werden. Hier sind die rein rotierenden Gewichte G_{RR} nochmals getrennt in die konstanten Anteile:

G_{SR} = reduz. Gewicht des Schwungrades und
G_{KR} = reduz. Gewicht der Kurbel einschl. dem Anteil der Flügelstange, der auf den Kurbelzapfen entfällt, so daß

$$G_R = G_{SR} + G_{KR} + G_{HR} \text{ ist.}$$

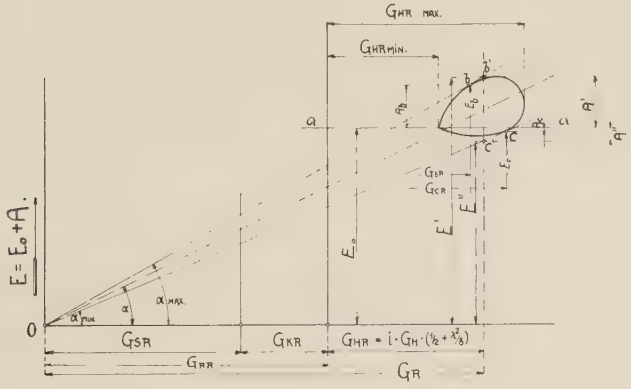


Fig. 19.

Ist ferner $E_b = E_0 + A_b$ gleich der Gesamtwucht im Berührungspunkte b der oberen Tangente, $E_c = E_0 + A_c$ gleich der Gesamtwucht im Berührungspunkte c der unteren Tangente, sodann G_{bR} bzw. G_{cR} die Gesamtgröße der reduzierten Gewichte an diesen Stellen, so gilt:

$$\operatorname{tg} \alpha_{max} = \frac{E_b}{G_{bR}} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha_{min} = \frac{E_c}{G_{cR}}$$

Projiziert man die Punkte b und c mittels der Fahrstrahlen unter α_{max} und α_{min} auf die Ordinate G_R, so gelangt man zu den Punkten b′ und c′, deren Wuchtgrößen E′ und E″ betragen. Dann gehen obige Gleichungen über in

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{max} &= \frac{E'}{G_R} \\ \operatorname{tg} \alpha_{min} &= \frac{E''}{G_R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

Hierbei bedeutet G_R einen Durchschnittswert der reduzierten Gewichte aller bewegten Massen. Er ergibt sich mit Gl. 11a zu:

$$G_R = G_{SR} + G_{KR} + i \cdot G_H \cdot \left(\tfrac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right)^{1)} \quad . \quad . \quad 25)$$

Die Vereinigung der 2 Gleichungen 24 bringt:

$$E' - E'' = G_R \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{max} - \operatorname{tg} \alpha_{min})$$

oder mit Gleichung 23

$$E' - E'' = G_R \cdot \frac{v^2}{g} \cdot \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26)$$

Bei Beginn der Konstruktion des Massenwuchtdiagrammes ist E_0 noch nicht bekannt, so daß es richtiger ist, zu schreiben:

$$A' - A'' = G_R \cdot \frac{v^2}{g} \cdot \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26\,a)$$

wobei

$$E' = E_0 + A' \text{ und } E'' = E_0 + A'' \text{ ist.}$$

Zur Bestimmung von A′ und A″ darf die Veränderlichkeit von G_{HR} nicht übersehen werden; denn wie die nachfolgenden Massenwuchtkurven der Fahr- und Flugzeugmaschinen zeigen, ist sein Einfluß ziemlich bedeutend. Die Berührungspunkte b′ und c′, welche, bezogen auf die Achse a/a, die Arbeitsgrößen A′ und A″ bezeichnen, können mit genügender Genauigkeit dadurch gefunden werden, daß man unter Berücksichtigung der Zeichenmaßstäbe aus $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{2g}$ den Winkel α für die gegebene mittlere Drehzahl der Maschine rechnet und an die geschlossene Kurve 2 Tangenten unter diesem Winkel legt. Die Annäherung hat deshalb sehr große Berechtigung, weil bei einigermaßen kleinem δ der Unterschied zwischen den mit α oder den mit α_{max} und α_{min} gefundenen Punkten b′ und c′ dermaßen klein ist, wie aus den Gleichungen 21 hervorgeht, daß er innerhalb der Grenze der Zeichenfehler liegt.

Aus Gl. 26a folgt nun:

$$\delta = \frac{A' - A''}{G_R \cdot \frac{v^2}{g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26\,b)$$

---

[1]) Der Größe nach ergibt sich:

$$G_{KR} = G_K = G_B + G' \text{ (Gl. 5a, 6 und 9a)}$$
$$= 0{,}75 \cdot G_{\text{Flügelstange}} + 0{,}5 \cdot G_{\text{Kurbelwelle}}$$

und

$$G_H = G_A + G_{\text{Kolben}} = 0{,}25 \cdot G_{\text{Flügelstange}} + G_{\text{Kolben}}.$$
(Gl. 5 b und 9 a).

ebenso:

$$G_R = \frac{A' - A''}{\delta \cdot \frac{v^2}{g}}$$

und mit Gl. 25 findet sich das reine reduz. Schwungradgewicht G_{SR} zu:

$$G_{SR} = \frac{A' - A''}{\delta \cdot \frac{v^2}{g}} - \left[G_{KR} + i \cdot G_H \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \right] . \quad . \quad 26\,c)$$

In diesen Gleichungen erscheint $A' - A''$ in mkg, v in m/sec und g in m/sec². Sie sind theoretisch richtig, sobald A' und A'' ohne die obengenannte kleine Annäherung ermittelt werden.

Die Gleichungen 26b und 26c gelten für jede beliebige Zylinderzahl, sobald nur das Massenwuchtdiagramm für diese Zylinderzahl aufgezeichnet ist, und lassen sich ohne Einschränkung auch auf Maschinen anwenden, welche im Zweitakt arbeiten.

3. Vergleich der Maschinen.

Nach diesen vorbereitenden Erörterungen läßt sich der Vergleich der Fahr- und Flugzeugmaschinen untereinander herbeiführen. Er soll auf der Grundlage angestrebt werden, daß alle Maschinen einen bestimmten Ungleichförmigkeitsgrad besitzen. Ist nun bei einer Mehrzylindermaschine das Arbeitsdiagramm von vornherein gleichmäßig, wie z. B. bei der 16-Zylinder-Maschine in Fig. 30, dann kann schon durch ein geringes Schwungradgewicht die verlangte Gleichförmigkeit des Ganges erreicht werden. Bei stark schwankender Arbeitskurve (siehe z. B. Fig. 20 oder 23) muß der verlangte Gleichgang durch Hinzufügen größerer rotierender Massen geschaffen werden. Hierdurch wird die Maschine im Verhältnis zu ihrer Leistung schwerer; denn diese zusätzlichen Massen bilden insofern nur Ballast, als sie die Leistung durchaus nicht zu erhöhen vermögen.

Bei der Wahl des einzuführenden Ungleichförmigkeitsgrades wollen wir davon ausgehen, daß bei der 16-Zylinder-Maschine, die voraussichtlich die günstigste Arbeitskurve aufweist, nicht etwa eine negative Größe als Schwungradgewicht errechnet wird. Diese Maschine wurde daher hinsichtlich ihres Gleichganges zuerst untersucht, und es fand sich, daß sie ohne irgendwelches Schwungrad, allein schon infolge der Massen ihrer Kurbelwelle, Flügelstangen und Kolben mit dem vorzüglichen Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{180}$ läuft. Diese Zahl soll für die ganze Untersuchung beibehalten werden.

Die Aufgabe lautet dann wie folgt:

Die 60 pferdige Maschine mit 16 Zylindern und 1600 Umdrehungen in der Minute zeigt ohne Schwungrad einen Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{180}$. Wie schwer muß bei jeder anderen Maschine gleicher Leistung und Drehzahl das Schwungradgewicht gemacht werden, damit auch sie diesen Ungleichförmigkeitsgrad aufzuweisen vermag?

Diejenigen Rechnungsgrößen, welche für jede einzelne Maschine noch mehrfach in der vorliegenden Untersuchung erscheinen, sind in Tabelle 3 übersichtlich zusammengestellt. Die 2 ersten Reihen enthalten die Angaben über die Abmessungen der Maschinen, die 3. die Kurbelzapfengeschwindigkeit, die 4. das Verhältnis $\frac{v^2}{g}$, dem $\frac{v^2}{2g}$ folgt. In Reihe 6 findet sich unter G_H der auf den Kolbenzapfen entfallende Anteil des Gewichtes der rein hin- und hergehenden Massen für einen Zylinder. Er setzt sich, wie früher gefunden wurde (siehe unter 2 c), zusammen aus:

G_H = Gewicht des Kolbens + 0,25 × Gewicht der Flügelstange.

Reihe 7 gibt die in den Gleichungen 25—26 c geforderten Mittelwerte von G_{HR} wieder:

$$G_{HR} = i \,.\, G_H \,.\, \left(\tfrac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right) = i \,.\, 0{,}506 \,.\, G_H.$$

Durch ihn ist die Ordinate für die Nullachse der Kosinusschwingungen festgelegt (siehe Fig. 13).

G_{KR} stellt das Gewicht der rein rotierenden Massen von Kurbelwelle und Flügelstange dar, welches auf den Kurbelradius reduziert ist. Es ergibt sich, wie wir schon feststellten (siehe S. 38), bei einer Maschine mit i Zylindern in Reihen- bzw. Gabelanordnung zu:

G_{KR} = 0,5 × Gewicht der Kurbelachse
+ 0,75 × „ „ i Flügelstangen.

Bei Maschinen, deren Zylinder in Stern- bzw. Fächeranordnung stehen, ist der Kopf einer Flügelstange derart ausgebildet, daß die anderen Stangen an ihm angreifen und somit mittelbar [1]) auf die Kurbelwelle wirken. Hierdurch wird bei dieser Maschinenart die rotierende Masse der Flügelstangen etwas geringer, und dies soll, da numerische Werte mir nicht vorliegen, dadurch zum Ausdruck gebracht werden, daß statt 0,75 nur 0,5 von dem Gewicht der normalen Flügelstange in Rechnung gestellt wird. Diese Überlegung gilt nur da, wo mehrere

[1]) Die folgenden Untersuchungen sollen jedoch derart durchgeführt werden, als ob alle Flügelstangen direkt am Kurbelzapfen angreifen würden.

Stangen auf einen Zapfen wirken. Dagegen ist bei der 3-Zylinder-Fächermaschine mit 2 Kurbelzapfen eine Ausnahme für die eine Flügelstange zu machen, welche für sich allein auf einen Zapfen arbeitet.

Die 12. Reihe gibt für jede Maschine den Ordinatenmaßstab μ_2 des Arbeitsdiagrammes wieder, derart, daß 1 mkg in der Zeichnung dargestellt ist durch $\mu_2 = \frac{i}{3{,}67}$ mm (siehe S. 31).

Der Winkel α für die mittlere Drehzahl von n = 1600 in der Minute errechnet sich unter Berücksichtigung der Zeichenmaßstäbe nach Gl. 22 aus

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{2\,g} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_4}.$$

Er ist aus Reihe 14 zu ersehen. Für jede Maschine ergibt sich ein anderer Winkel, da v und μ_2 sich ändern. Der Maßstab für die Abszissen des Massenwuchtdiagrammes soll überall $\mu_4 = 10$ mm pro 1 kg betragen.

Das unter 2 f entwickelte Näherungsverfahren mit den vorstehenden, für die Auswertung wichtigen Zahlenwerten soll nun auf alle Maschinen angewandt werden. Insbesondere soll bei der zuerst behandelten Maschine das Verfahren noch einmal im Zusammenhang besprochen werden.

a) Reihen-Maschinen.

Die Einzylinder-Maschine (Fig. 20).

Das Arbeitsdiagramm der Einzylindermaschine entspricht genau jenem, welches für den Einheitszylinder (Fig. 17) entwickelt wurde. Der Maßstab seiner Ordinaten wurde aus Tab. 3 entnommen zu $\mu_2 = 0{,}272$ mm pro 1 mkg. Er gilt auch für die Ordinaten des Massenwuchtdiagrammes.

Die Ordinaten des Diagrammes der reduzierten Gewichte setzen sich zusammen aus:

1. dem reduzierten Schwungradgewicht G_{SR}. G_{SR} ist die zu suchende konstante Größe. Sie würde den Nullpunkt des Diagrammes nach links verschieben, wie Fig. 19 zeigt, und kann, da unbekannt, nicht eingezeichnet werden;

2. dem reduzierten Gewichte G_{KR} der auf den Kurbelzapfen entfallenden Anteile von Kurbelwelle und Flügelstangen. G_{KR} ist eine unveränderliche Größe und ist als solche mit beliebig gewählter Nullachse in das Diagramm eingezeichnet;

3. dem reduzierten Gewicht G_{HR} der auf den Kolbenzapfen entfallenden rein hin- und hergehenden Massen. Diese Größe ist veränderlich.

Tabelle. 3.

Zahlenwerte für die Aufzeichnung der Massenwuchtdiagramme.

1	Anzahl der Zylinder i	16	8	7	6	5	4	3	2	1
2	Zylinderbohrung / Kolbenhub . . . . . d mm / s mm	77/90	94/120	100/120	105/130	110/140	119/150	133/160	149/190	188/240
3	Mittl. Kurbelz.-Geschw. . . . . $v = \frac{s \cdot \pi \cdot 1600}{60}$ m/sec	7,55	10,07	10,07	10,9	11,71	12,55	13,4	15,9	20,1
4	$v^2 g$ . . . . . m	5,81	10,3	10,3	12,1	14	16,05	18,3	25,7	41,2
5	$v^2/2 g$ . . . . . m	2,905	5,15	5,15	6,05	7	8,025	9,15	12,85	20,6
6	$G_H = G_{Kolben} + 0{,}25 \cdot G_{Flügelst.}$ . . . . . kg	1,14	1,93	2,16	2,43	2,8	3,2	3,95	5,33	8,30
7	$i \cdot G_H \cdot \left(1/2 + \frac{\lambda^2}{8}\right)$ $i \cdot 0{,}506 \cdot G_H$ . . . . . kg	9,24	7,8	7,63	7,38	7,05	6,47	6,0	5,4	4,2
8	Reihen-Masch. $G_{KR} = 0{,}5 \cdot G_{KW} + i \cdot 0{,}75 \cdot G_{Flügelst.}$ . . kg	—	22,15	—	21,43	—	20,4	19,65	18,75	17,45
9	Gabel- „ „ = „ „ . . . . . kg	17,35	16,15	—	—	—	14,4	—	12,75	—
10	Stern- „ „ = „ $+ i \cdot 0{,}5 \cdot G_{Flügelst.}$ . . . . kg	—	—	9,5	—	9,0	—	9,6	10,5	—
11	Fächer- „ „ = „ „ . . . . . kg	—	—	9,5	—	9,0	—	11,9	—	—
12	Masstab d. Arb.-Diagr. $1 \text{ mkg} = \frac{i}{3{,}67} = \mu_2$ . . . mm	4,36	2,18	1,905	1,635	1,36	1,09	0,817	0,545	0,272
13	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_4}$ $(\mu_4 = 10 \text{ mm})$	1,265	1,122	0,98	0,99	0,952	0,875	0,7475	0,701	0,561
14	α	51° 40′	48° 18′	44° 25′	44° 43′	43° 36′	41° 11′	36° 45′	35° 2′	29° 17′

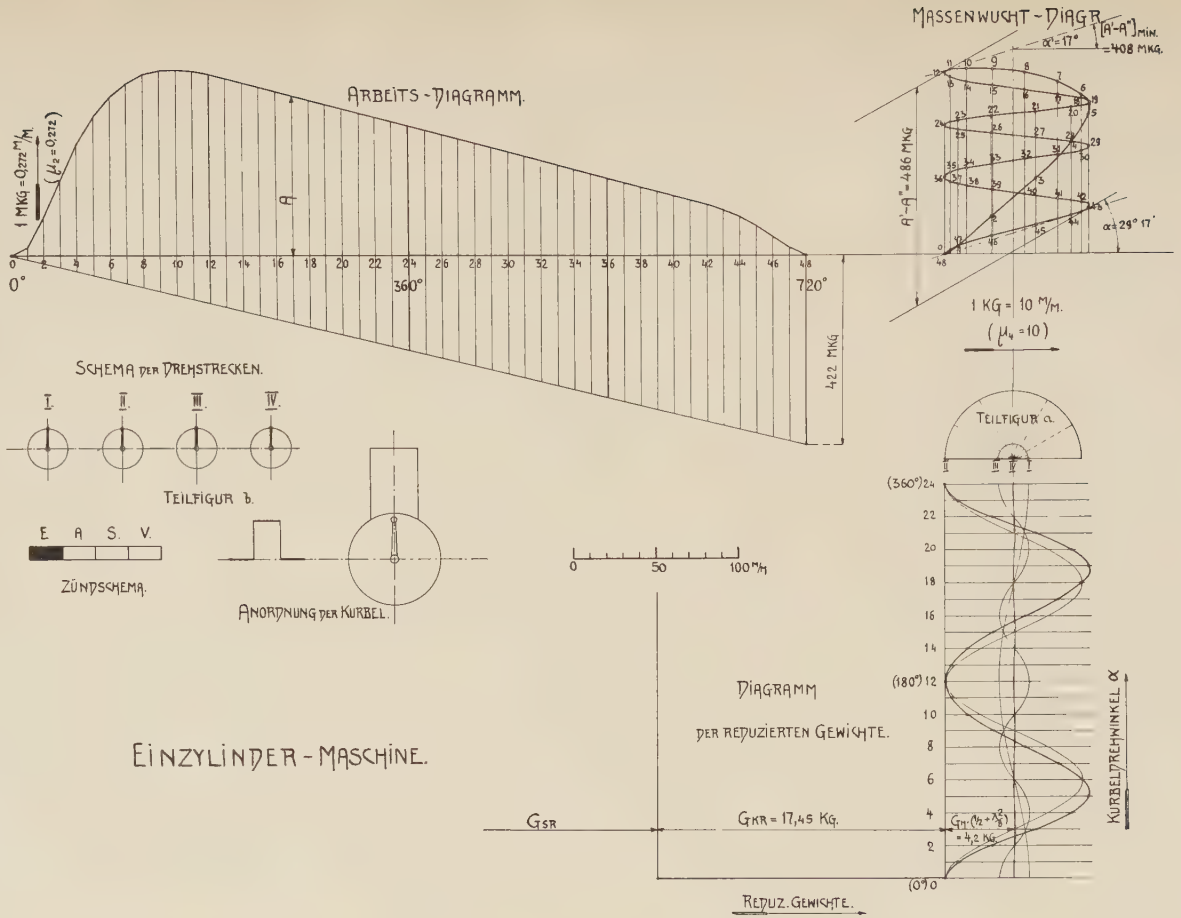

ARBEITS-DIAGRAMM.
1 MKG = 0,272 M/M.
(μ2 = 0,272)
A
0°
360°
720°
422 MKG
MASSENWUCHT-DIAGR.
[A'-A"]MIN.
=408 MKG.
α = 17°
A'-A" = 486 MKG
α = 29° 17'
1 KG = 10 M/M.
(μ4 = 10)
SCHEMA DER DREHSTRECKEN.
I. II. III. IV.
TEILFIGUR b.
E A S. V.
ZÜNDSCHEMA.
ANORDNUNG DER KURBEL.
0 50 100 M/M
TEILFIGUR a.
(360°) 24
22
20
18
16
14
(180°) 12
10
8
6
4
2
(0°) 0
KURBELDREHWINKEL α
DIAGRAMM
DER REDUZIERTEN GEWICHTE.
GSR
GKR = 17,45 KG.
GT (½ + λ²/8) = 4,2 KG.
REDUZ. GEWICHTE.
EINZYLINDER-MASCHINE.

Fig. 20.

Nach Gl. 11a fand sich G_{HR} bei 1 Zylinder zu:

$$G_{HR} = G_H \cdot \left(1/2 + \frac{\lambda^2}{8}\right) + G_H \cdot \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \frac{1}{2}\cos 2\alpha - \right.$$
$$\left. - \frac{\lambda}{2}\cos 3\alpha - \frac{\lambda^2}{8}\cos 4\alpha\right)$$

Bei i Zylindern ist zu schreiben:

$$G_{HR} = i \cdot G_H \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right) + G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} \left[\frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2} \cdot \cos 2a - \frac{\lambda}{2} \cdot \cos 3\alpha - \frac{\lambda^2}{8} \cdot \cos 4\alpha\right] \quad . \quad . \quad 27)$$

Hiervon ist der Wert

$$i \cdot G_H \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right) = i \cdot 0{,}506 \cdot G_H$$

konstant, und er verschiebt die Achse, um welche die mit I, II, III und IV bezeichneten Kosinusschwingungen stattfinden, nach rechts. Die Drehstrecke der Schwingung I hat positives Vorzeichen, d. h. bei einem Kurbeldrehwinkel $\alpha = 0^0$ vergrößert sie die Ordinate; demnach steht die Drehstrecke I, wie in Teilfigur a eingezeichnet, zu Beginn der Bewegung in der rechten Totlage. Die Absolutwerte der Schwingungen II, III und IV erscheinen für $\alpha = 0^0$ mit negativen Vorzeichen. Die entsprechenden Drehstrecken liegen deshalb alle entgegengesetzt zu I. Die Drehung erfolge für alle vier Strecken im Uhrzeigersinn, genau wie die Drehung der Maschinenwelle.

Da nach einer vollen Umdrehung der Maschine hinsichtlich der Veränderlichkeit der Kolbengeschwindigkeit wieder der Anfangszustand erreicht wird, genügt es, für das Diagramm der reduzierten Gewichte den Kurbelzapfenweg nur einmal abzuwickeln. Andererseits erstreckt sich das Arbeitsdiagramm jedoch über 2 volle Umdrehungen, so daß man zu einem Arbeitsdiagramm das Diagramm der reduzierten Gewichte zweimal benutzen muß, um sämtliche 48 Punkte des Massenwuchtdiagrammes zu erhalten.

In Teilfigur b finden sich:

1. die Maschine mit ihrer Kurbelwelle in schematischer Darstellung;

2. das Zündschema für 2 Umdrehungen, in welchem die 4 Hübe einer Arbeitsperiode — E, A, S, V — durch 4 Rechtecke dargestellt sind. Jeder Explosionshub ist schwarz hervorgehoben;

3. ein Schema, in welchem die Hilfsdrehstrecken I—IV zum Ausdruck kommen. Ohne Rücksichtnahme auf Größe und Vorzeichen sind

dort jene Drehstrecken schwarz hervorgehoben, welche zur Erzeugung der Kurve der reduzierten Gewichte beitragen.

In Teilfigur a sind diese Drehstrecken für $\alpha = 0^0$ nach Größe und Vorzeichen eingetragen. Sie erzeugen die im Diagramm der reduz. Gewichte dünn eingezeichneten reinen Kosinuslinien, welche addiert die stark gezeichnete endgültige Gewichtskurve ergeben. Je geringer der größte Ausschlag dieser Schwingung im Verhältnis zur Größe $i . G_H . \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right)$ wird, umsomehr wirken die hin- und hergehenden Massen wie „reine Schwungmassen".

Für die Einzylinder-Maschine ergeben sich die Längen der Drehstrecken zu:

$$\text{I} \ldots . G_H . \frac{\lambda}{2} = 8{,}3 . \frac{1}{4{,}5 . 2} = 0{,}922 \text{ kg} = 9{,}22 \text{ mm der Fig.}$$

$$\text{II} \ldots . G_H . \frac{1}{2} = 8{,}3 . \frac{1}{2} = 4.15 \text{ „ } = 41.5 \text{ „ „ „}$$

$$\text{III} \ldots . G_H . \frac{\lambda}{2} = \ldots = 9{,}22 \text{ „ „ „}$$

$$\text{IV} \ldots . G_H . \frac{\lambda^2}{8} = 8{,}3 . \frac{1}{20{,}25 . 8} = 0{,}051 \text{ „ } = 0{,}51 \text{ „ „ „}$$

Diese Werte sind beim Aufzeichnen der Größen der reduzierten Gewichte auf Textblatt 1 derart eingetragen, daß 1 kg = 10 mm bedeutet.

Die Tangenten an die Massenwuchtkurve unter dem Winkel $\alpha = 29^0\,17'$ (siehe Tab. 3) schneiden in Fig. 20 die Differenz $A' - A''$ aus zu:

$$A' - A'' = 486 \text{ mkg.}$$

Mit Hilfe der Gl. 26c errechnet sich das auf den Kurbelzapfen reduzierte Schwungradgewicht, welches benötigt wird, um $\delta = \frac{1}{180}$ zu gewährleisten, zu:

$$G_{SR} = \frac{A' - A''}{\delta . \frac{v^2}{g}} - \left[G_{KR} + i . G_H . \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \right] \ldots \ldots \text{ kg}$$

$$= \frac{486 . 180}{41{,}2} - 21{,}65 = 2120{,}65 - 21{,}65 \text{ [s. Tab. 3, Reihe 7 u. 8]}$$

$$= 2099 \text{ kg.}$$

Nimmt man nun den Schwerpunktsabstand des Schwungringes gleich dem fünffachen Kurbelradius, so ergibt sich das Gewicht G_R des Schwungringes zu

$$G_R = \frac{G_{SR}}{5^2} = \frac{2099}{25} = 84 \text{ kg}.$$

Genauigkeitsgrad.

Es erübrigt nun noch, die Genauigkeit festzustellen, mit welcher dieses Näherungsverfahren die Resultate wiedergibt.

Die obere und die untere Tangente an das Massenwuchtdiagramm wurden unter dem Winkel $\alpha = 29^0\,17'$ für die mittlere Drehzahl der Maschine gezeichnet. Eigentlich sollte die obere Tangente unter dem Winkel α_{max}, die untere unter α_{min} geneigt sein. Aus den Gl. 21 folgt:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{max} &= \operatorname{tg} \alpha \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)^2 = 0{,}561 \,.\, \left(1 + \frac{1}{360}\right)^2 \\ &= 0{,}561 \,.\, 1{,}006 = 0{,}56436 \\ \alpha_{max} &= 29^0\,23'. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{min} &= \operatorname{tg} \alpha \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)^2 = 0{,}561 \,.\, 0{,}994 \\ &= 0{,}5576 \\ \alpha_{min} &= 29^0\,9', \end{aligned}$$

während der mittlere Winkel $\alpha = 29^0\,17'$ betrug. Der Unterschied dieser drei Winkel ist so geringfügig, daß er für die Genauigkeit der Zeichnung sowie des Verfahrens nicht in Betracht kommt [1]).

Es läßt sich aus dem Massenwuchtdiagramm ersehen, daß je nach der Größe des Winkels α die Differenz $A' - A''$ verschieden ausfällt.

$A' - A''$ nimmt seinen Kleinstwert an bei $\alpha' = 17^0$ ($\operatorname{tg} \alpha' = 0{,}3057$) mit $(A' - A'')_{min} = 408$ mkg.

Dem Winkel $\alpha = 17^0$ entspricht ein Wert [siehe S. 41]

$$\frac{v^2}{2g} = \operatorname{tg} \alpha' \,.\, \frac{\mu_4}{\mu_2} = \frac{0{,}3057}{0{,}272} \,.\, 10 = 11{,}3$$

und eine Drehzahl $n' = 1600 \sqrt{\frac{11{,}3}{20{,}6}} = \sim 1180$ in der Minute. Wird n' noch kleiner, dann bleibt $A' - A'' =$ ca. 408 mkg $= \sim$ konst.

---

[1]) Der Genauigkeitsgrad dieser Annäherungsmethode läßt sich rechnerisch wie folgt festlegen (s. Fig. 21).

Die tatsächliche Wuchtdifferenz beträgt $A_1' - A_1'' = A^0 + y' + y_1' \quad \ldots 1)$

„ angenäherte „ „ $A' - A'' = A^0 + y + y_1 \quad \ldots 2)$

Der Fehler beträgt somit . . 1) − 2) $f = y' + y_1' - (y + y_1)$

$= (y_1' - y_1) - (y - y')$

Die Zweizylinder-Reihen-Maschine (Fig. 22).

Kurbeln unter 0^0 versetzt.

Sobald die Kurbeln unter 0^0 gegeneinander versetzt sind, können wir zu Beginn einer jeden Kurbelumdrehung eine Explosion erfolgen lassen. Die Zündabstände betragen dann, wie das Schema zeigt, regelmäßig 360^0. Eine Arbeitsperiode wird sich also ebenfalls über 360^0 erstrecken. Trotzdem soll, wie in Fig. 22 geschehen, das Arbeitsdiagramm für 2 volle Umdrehungen gezeichnet werden; denn sobald die Zündabstände nicht regelmäßig sind, wird diese Ausdehnung des Diagrammes ohnedies benötigt.

Dabei ist die kleine Vernachlässigung in Kauf genommen, daß der Punkt N für $\sphericalangle \alpha$ bei α_{max}, bzw. M für $\sphericalangle \alpha$ bei α_{min} seine Lage etwas ändern müßte.

Nun ist $y = x \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha$

ebenso $y_1 = x_1 \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha$

$y' = x \,\mathrm{tg}\, \alpha_{min}$)

$y_1' = x_1 \,\mathrm{tg}\, \alpha_{max}$

Also $y - y' = x \,.\, (\mathrm{tg}\, \alpha - \mathrm{tg}\, \alpha_{min})$

$y_1' - y_1 = x_1 \,.\, (\mathrm{tg}\, \alpha_{max} - \mathrm{tg}\, \alpha)$

Hiermit folgt f zu

$$f = x_1 \,.\, (\mathrm{tg}\, \alpha_{max} - \mathrm{tg}\, \alpha) - x\, (\mathrm{tg}\, \alpha - \mathrm{tg}\, \alpha_{min}).$$

Für den Fall der Einzylindermaschine ist zu setzen:

$x_1 = 40$ mm; $x = 43$ mm (siehe Fig. 20).

$\mathrm{tg}\, \alpha_{max} = 0{,}56436$; $\mathrm{tg}\, \alpha = 0{,}561$;

$\mathrm{tg}\, \alpha_{min} = 0{,}5576$.

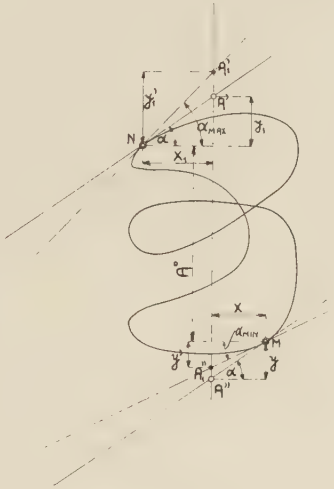


Fig. 21.

Dann folgt:

$$f = 40 \,.\, 0{,}00336 - 43 \,.\, 0{,}0034 = 0{,}1344 - 0{,}1462 = -0{,}0118 \text{ mm}.$$

Beziehen wir diesen Fehler auf die angenäherte Wuchtdifferenz

$$A' - A'' = 486 \text{ mkg} = 486 \,.\, 0{,}272 \text{ mm} = 132 \text{ mm in der Figur (Fig. 20)},$$

so folgt die Genauigkeit der Annäherung zu

$$\frac{0{,}0118 \,.\, 100}{132} = 0{,}009\,\%.$$

Dieser Fehler tritt gegenüber den Zeichenfehlern völlig in den Hintergrund.

Das Arbeitsdiagramm läßt sich aus der Fig. 16 wie folgt entwickeln: Zu Beginn der Periode finde im Zylinder „1" eine Explosion statt. Dann sind für diesen Zylinder die Ordinaten der A_P-Linie (unter Berücktigung des Maßstabes) genau jene der Fig. 16. Zugleich wird aber auch im Zylinder „2" Arbeit geleistet; sie ist anfänglich negativ, da hier gerade der Saughub beginnt.

Die Ordinaten der hierzu gehörigen A_P-Linie erhält man ebenfalls aus Fig. 16. Man braucht nämlich nur das Koordinatensystem derart auf der gezeichneten A_P-Linie parallel zu sich selbst zu verschieben, daß sein Nullpunkt in den Endpunkt der Ordinate 24 fällt, welche einem Kurbeldrehwinkel von 360° entspricht. Ordinate „1" und die bei 25 liegende zweite Ordinate „1" werden addiert und von der schräg abwärts verlaufenden A_W-Linie aus als gemeinsame Ordinate für das neue Arbeitsdiagramm abgetragen. Dabei ist zu beachten, daß die unterhalb der Abszissenachse liegenden Ordinaten negativen Werten von A_P entsprechen, d. h. abzuziehen sind. Die Endordinate der A_W-Linie besitzt, da zwei Diagramme addiert werden, die doppelte Größe wie bei Fig. 16, obwohl sie auch nur einer Arbeit von 422 mkg entspricht. Es muß hier der Maßstab der Ordinaten geändert werden derart, daß 1 mkg durch $2 \cdot 0{,}2725 = 0{,}545$ mm dargestellt wird; also $\mu_2 = 0{,}545$ mm/mkg.

Wie es zu erwarten war, gibt die Konstruktion zwei genau gleiche Teile für das Arbeitsdiagramm, so daß das Massenwuchtdiagramm sich nur über 24 Teilpunkte zu erstrecken braucht.

Das Diagramm der reduzierten Gewichte entsteht genau wie jenes der Einzylinder-Maschine, wenn als G_H das Gestängegewicht der beiden Zylinder angesehen wird. Wie Schema I—IV angibt, stehen die beiden Einzeldrehstrecken 1 und 2 immer gleichzeitig in der inneren Totlage, d. h. sie addieren sich algebraisch. Die Längen der 4 Drehstrecken folgen somit zu

I. $2 \cdot G_H \cdot \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot \frac{5{,}33}{2 \cdot 4{,}5} = 1{,}186$ kg $= 11{,}86$ mm der Fig.

II. $2 \cdot G_H \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{5{,}33}{2} = 5{,}33$ „ $= 53{,}3$ „ „ „

III. $2 \cdot G_H \cdot \frac{\lambda}{2} = \ldots\ldots\ldots\ldots = 11{,}86$ „ „ „

IV. $2 \cdot G_H \cdot \frac{\lambda^2}{8} = 2 \cdot \frac{5{,}33}{20{,}25 \cdot 8} = 0{,}066$ kg $= 0{,}66$ „ „ „

Die Tangenten unter Winkel α, den wir aus Tab. 3 zu 35° 2′ entnehmen, ergeben:

$$A' - A'' = 217{,}5 \text{ mkg.}$$

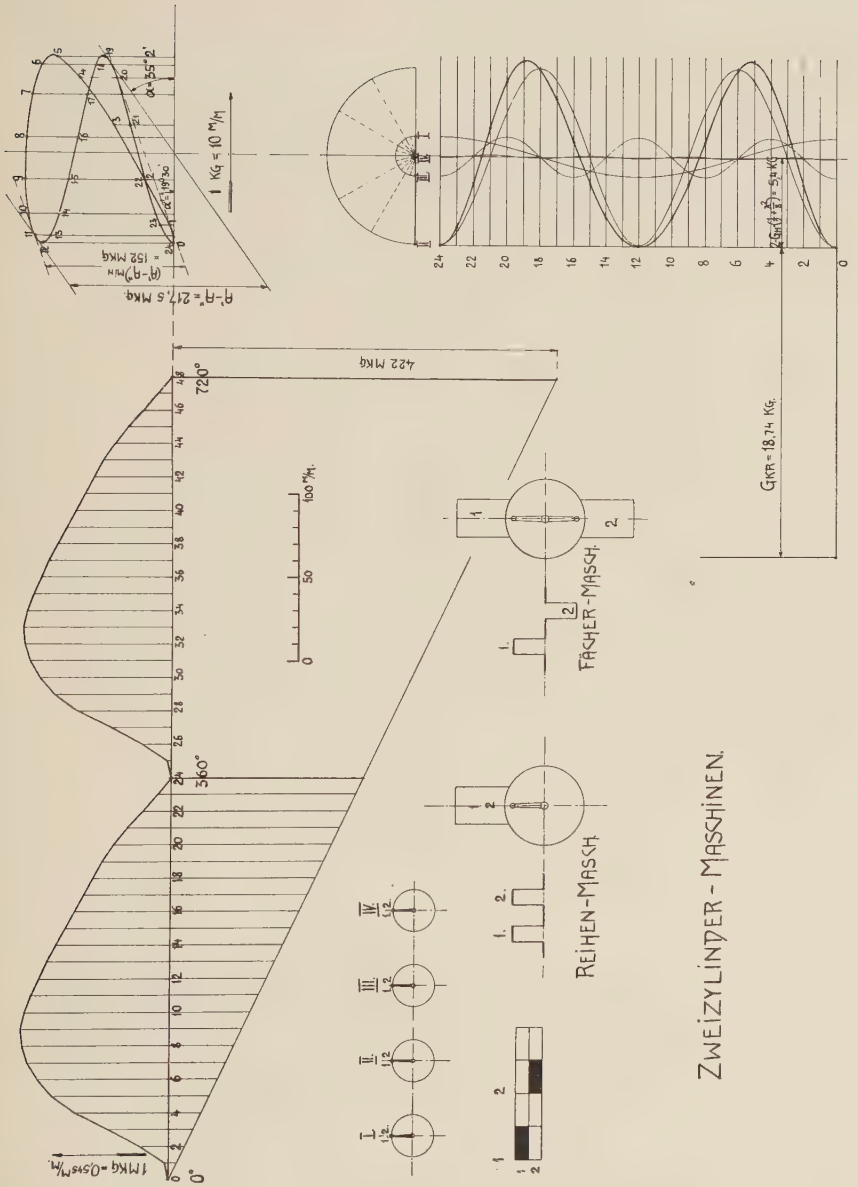


Fig. 22.

Somit

$$G_{SR} = \frac{217{,}5 \,.\, 180}{25.7} - 24{,}14 = 1590 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{1500}{5^2} = 60 \text{ kg}.$$

Hier mag noch auf eine Besonderheit hingewiesen werden, von der auch Tolle (Die Regel. der Kraftmasch. 2. Aufl. S. 131) spricht. Es lassen sich nämlich an die gegebene Massenwuchtkurve zwei Tangenten unter einem Winkel α' ziehen, welche $A' - A''$ zu einem Minimum machen. Im vorliegenden Falle beträgt

$$\alpha' = 19^0\,30'.$$

Dem entspricht:

$$\text{tg} \quad \alpha' = 0{,}354$$

und

$$\frac{v^2}{2g} = \text{tg}\,\alpha' \,.\, \frac{\mu_4}{\mu_2} = 6{,}5$$

sowie eine Drehzahl

$$n' = 1135 \text{ in der Minute.}$$

Letztere nennt Tolle die „günstigste Drehzahl". Sie hat nur beschränkte Bedeutung, weil das Schwungradgewicht bzw. der Ungleichförmigkeitsgrad sowohl von $A' - A''$, als auch von v^2 abhängen. (Gl. 25b und 25c).

Um z. B. bei $n' = 1135$ den Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{180}$ zu erreichen, muß

$$G_{SR}' = \frac{(A' - A'')_{min}}{\delta \,.\, \frac{v'^2}{2g}} - 24{,}14 \text{ kg}$$

$$= \frac{152 \,.\, 180}{13} - 24{,}14 \text{ kg}$$

$$= 2077 \text{ kg}$$

betragen, während bei 1600 Umdrehungen nur 1500 kg erforderlich sind.

Die günstigste Drehzahl verdient nur in jenen Fällen beachtet zu werden, bei denen die Massenwuchtkurve eine stark ausgeprägte Längsachse aufweist, so daß bei einer geringen Abweichung von α' der Wert $A' - A''$ unverhältnismäßig rasch ansteigt.

Die Zweizylinder-Reihen-Maschine (Fig. 23).

Kurbeln unter 180° versetzt.

Der Kurbelwinkel von 180° hat bei der Zweizylindermaschine ungleiche Zündabstände zur Folge. Sie betragen, wie das Zündschema zeigt, abwechselnd 540° und 180°. Nach 2 Umdrehungen ist wieder der An-

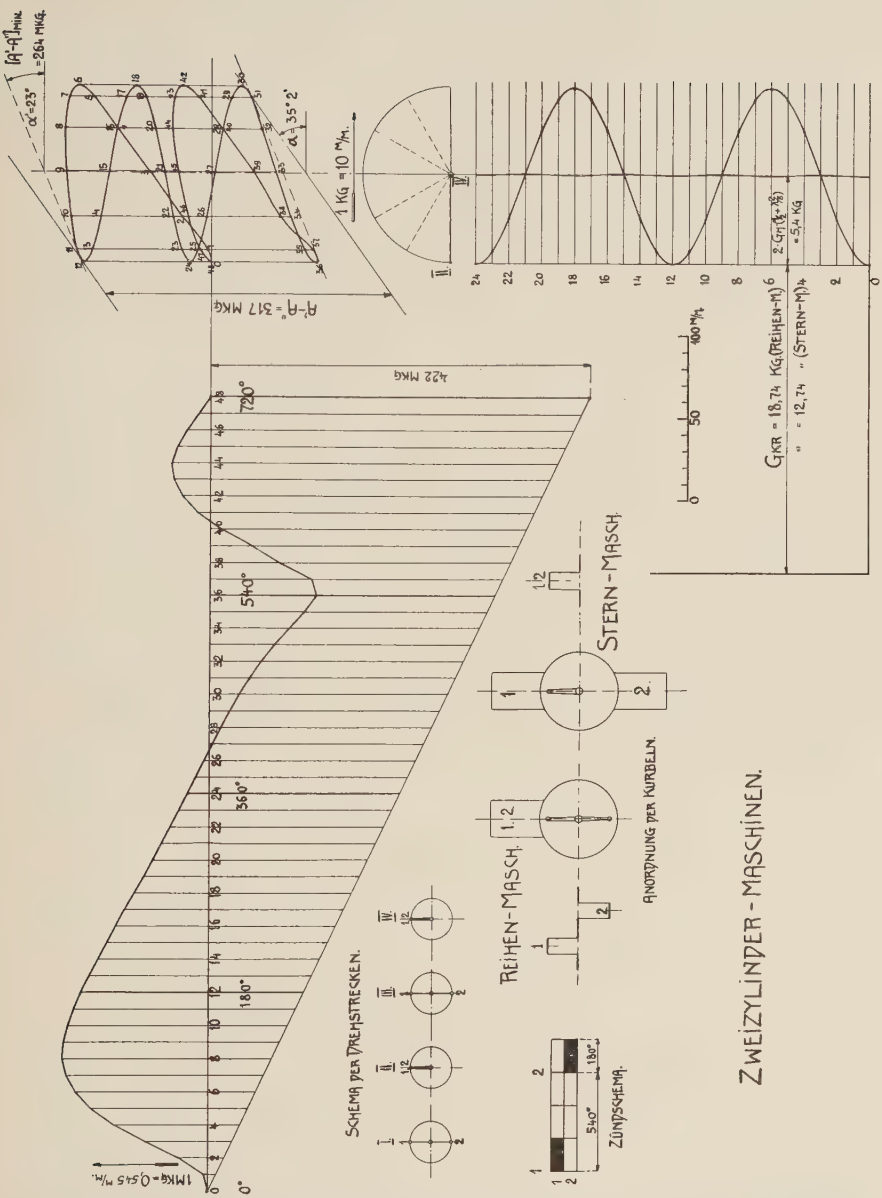


Fig. 23.

fangszustand des Arbeitsspiels erreicht, so daß Arbeits- und Massenwuchtdiagramm sich über 720° erstrecken müssen. Das Arbeitsdiagramm wird aus Fig. 16 dadurch erhalten, daß man das zweite Koordinatensystem nach dem Punkt 12 verschiebt und sodann die graphische Addition wie bekannt vornimmt.

Zur Bestimmung des Diagramms der reduzierten Gewichte ist wieder G_{KR} und G_{HR} erforderlich. G_{KR} wird der Tabelle 3 entnommen, ebenso der unveränderliche Teil von G_{HR} in Gl. 27. Somit verbleibt noch:

$$G_H \cdot \sum_{a_1}^{a_i} \left[\frac{\lambda}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \cdot \cos 2\alpha - \frac{\lambda}{2} \cdot \cos 3\alpha - \frac{\lambda^2}{8} \cdot \cos 4\alpha \right]$$

zu bilden, da i = 2 zu setzen ist. Nun erhält das Hilfsschema I—IV der Drehstrecken seine eigentliche Bedeutung. Bei den bisher betrachteten Zweizylindermaschinen waren beide Kurbelschenkel gleichgerichtet. Die drei Diagramme — Arbeits-, Gewichts- und Massenwuchtdiagramm — in Fig. 22 wurden derart aufgezeichnet, daß sie mit der inneren [1]) Kolbentotlage beginnen. Von der inneren Kolbentotlage aus sind die Kurbeldrehwinkel α zu rechnen. Dementsprechend ist in Fig. 22 bei den sämtlichen Diagrammen für den Zylinder 1 und den Zylinder 2 vom Wert $\alpha_0 = 0^0$ auszugehen, so daß in der Teilfigur (Fig. 22) die Hilfsdrehstrecken I_1 und I_2 senkrecht nach oben gerichtet sind. Hieraus sind die Fig. II, III und IV entwickelt worden.

Denken wir uns aber bei der nunmehr betrachteten Zweizylinder-Maschine mit Kurbeln unter 180^0 den Kolben 1 wieder in die innere Totlage gestellt, und beginnen wir mit dem Aufzeichnen der Diagramme für diese Maschine, so ist zu beachten, daß in diesem Augenblick der Kolben 2 in der äußeren Totlage steht; dementsprechend sind im Schema I in Fig. 23 jetzt die Drehstrecken I_1 und I_2 um 180^0 versetzt zu zeichnen und hieraus die Fig. II, III und IV zu entwickeln. Es gilt somit für Zylinder 1 der Wert $\alpha_0 = 0^0$, während wir bei Zylinder 2 von $\alpha_0 = 180^0$ ausgehen müssen, und für beliebigen Drehwinkel ergibt sich:

$$\sum_{a_1}^{a_i} [\cos \alpha] = \cos (0 + \alpha) + \cos (180 + \alpha) = \cos \alpha - \cos \alpha$$

ein Ausdruck, der stets den Wert Null annimmt. Hiermit verschwindet auch der ganze Summand

$$\frac{\lambda}{2} \cdot G_H \cdot \Sigma [\cos \alpha].$$

Dies Ergebnis geht auch schon aus Fig. I des Schemas hervor, deren Drehstrecken, wie bereits ausgesprochen, als Hilfsgrößen zur Aufzeichnung der betr. Kosinuslinien zu betrachten sind. Addiert man diese Drehstrecken geometrisch, und gelangt man zur Resultierenden Null, so besagt dies, daß die Ordinaten der Kosinuslinen sich gegenseitig ebenfalls zu Null ergänzen und für die Aufzeichnung des Diagrammes der reduzierten Gewichte nicht mehr in Betracht kommen.

---

[1]) Unter „innerer" Totlage soll die Totlage des Kolbens auf der Seite des Zylinderdeckels verstanden sein.

Dieser Fall tritt — allgemein gesprochen — stets dann ein, wenn die Richtungen der n Hilfsdrehstrecken den Winkel 2π in n gleiche Teile teilen, so daß sich bei geometrischer Addition der Drehstrecken ein geschlossenes regelmäßiges „n-Eck" ergibt.

Fig. II zeigt, in welcher Weise $^1/_2 \cdot G_H \cdot \Sigma[\cos 2\alpha]$ zur Größe der reduzierten Gewichte beiträgt. In Fig. I ging die Drehstrecke 2 aus 1 durch Drehung um 180° hervor. An Hand der Fig. II ist aber die Summe $\Sigma[\cos 2\alpha]$ zu bilden. Hier erfolgt die ganze Bewegung mit der doppelten Winkelgeschwindigkeit, so daß eine Drehung von 360° nötig ist, um die Drehstrecke 2 aus 1 abzuleiten (siehe Fig. 23). Beide Strecken 1 und 2 fallen deshalb zusammen, und der Summenausdruck geht über in

$$\frac{1}{2} \cdot G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[\cos 2\alpha\right] = \frac{1}{2} \cdot G_H \cdot \Big(\cos 2\alpha + \cos (360 + 2\alpha)\Big)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot G_H \cdot 2 \cdot \cos 2\alpha$$

Mit dem Zeichenmaßstab 1 kg = 10 mm erhalten wir also für

$$2 \cdot \frac{G_H}{2} = G_H = 5{,}33 \text{ kg (s. Tab. 3)}$$

die Größe der Drehstrecke II zu 53,3 mm.

In Fig. III des Schemas ist die Drehstrecke 2 durch eine Drehung um 3×180^0 aus 1 erzeugt. Die Resultierende wird zu Null, und der Ausdruck

$$G_H \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_3} \left[\cos 3\alpha\right]$$

verschwindet ebenfalls.

Bei Fig. IV des Schemas beträgt die Drehung 4×180^0, so daß die 2 Hilfsdrehstrecken zusammenfallen und der Summenausdruck

$$G_H \cdot \frac{\lambda^2}{8} \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[\cos 4\alpha\right] \text{ den Wert } G_H \cdot \frac{\lambda^2}{4} \cdot \cos 4\alpha$$

annimmt. Die Länge der Drehstrecke IV bestimmt sich aus

$$G_H \cdot \frac{\lambda^2}{4} = 5{,}33 \cdot \frac{1}{4 \cdot 4{,}5^2} = 0{,}066 \text{ kg}$$

zu 0,66 mm in der Figur, ist also für das Auge kaum mehr wahrzunehmen.

Gewichts- und Massenwuchtdiagramm lassen sich jetzt mit den beiden in Betracht kommenden Drehstrecken II und IV aufzeichnen, und man erhält mit Hilfe der beiden parallelen Tangenten unter dem Winkel $\alpha = 35^0\,2'$ (Tab. 3) den Wert $A' - A'' = 317$ mkg.

Dies ergibt

$$G_{SR} = \frac{317 \,.\, 180}{25{,}7} - 24{,}14 = 2196 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{2196}{25} = 87{,}84 \text{ kg}$$

gegenüber 60 kg bei der vorigen Maschine.

Hier ist andererseits $[A' - A'']_{min} = 264$ mkg bei $\alpha' = 23^0$ ($\operatorname{tg} \alpha' = 0{,}4243$), sodaß

$$\frac{v^2}{2g} = 0{,}4243 \,.\, \frac{10}{0{,}545} = 7{,}78$$

und

$$n' = 1600 \,.\, \sqrt{\frac{7{,}78}{12{,}85}} = 1245 \text{ i. d. Min. wird.}$$

Die Dreizylinder-Reihen-Maschine (Fig. 24).

Die 3 Kurbeln sind unter 120^0 versetzt. Die Zündabstände lassen sich derart verteilen, daß nach jeder Drehung der Kurbelwelle um 240^0 eine Explosion stattfindet. Im Zündschema gibt die senkrechte Zahlenreihe die Nummern der aufeinanderfolgenden Zylinder an, während die wagerechte auf die Reihenfolge hindeutet, in welcher die Zündungen eintreten (Zündfolge).

Das Arbeitsdiagramm wird sich somit ebenfalls über 240^0 erstrecken und läßt sich aus Fig. 16 entwickeln, indem 3 Koordinatensysteme in den Punkten 0, 16 und 32 eingezeichnet werden.

Vervollständigt man das Schema der Drehstrecken I—IV in der einfachen Weise, wie es bei der Zweizylinder-Maschine besprochen wurde, so kommt man zur Erkenntnis, daß die Kosinuslinien I, II und IV, bei welchen die resultierenden Drehstrecken die Werte Null annehmen, entfallen, während sich die Größe der Drehstrecke III verdreifacht. Der Summenausdruck in Gleichung 19 geht über in $-\frac{3}{2} \,.\, \lambda \,.\, \cos 3\alpha \,.\, G_H$, woraus wir für die Drehstrecke III den Wert

$$\frac{3}{2} \,.\, G_H \,.\, \lambda = \frac{3{,}95}{3} = 1{,}32 \text{ kg}$$

erhalten.

Das Diagramm der reduzierten Gewichte zeigt innerhalb 360^0 drei Perioden. Im Arbeitsdiagramm dagegen erstreckt sich eine Periode

über 240°. 2 Gewichtsdiagramme sind demnach mit einem Arbeitsdiagramm zu vereinigen, damit die Massenwuchtlinie geschlossen wird.

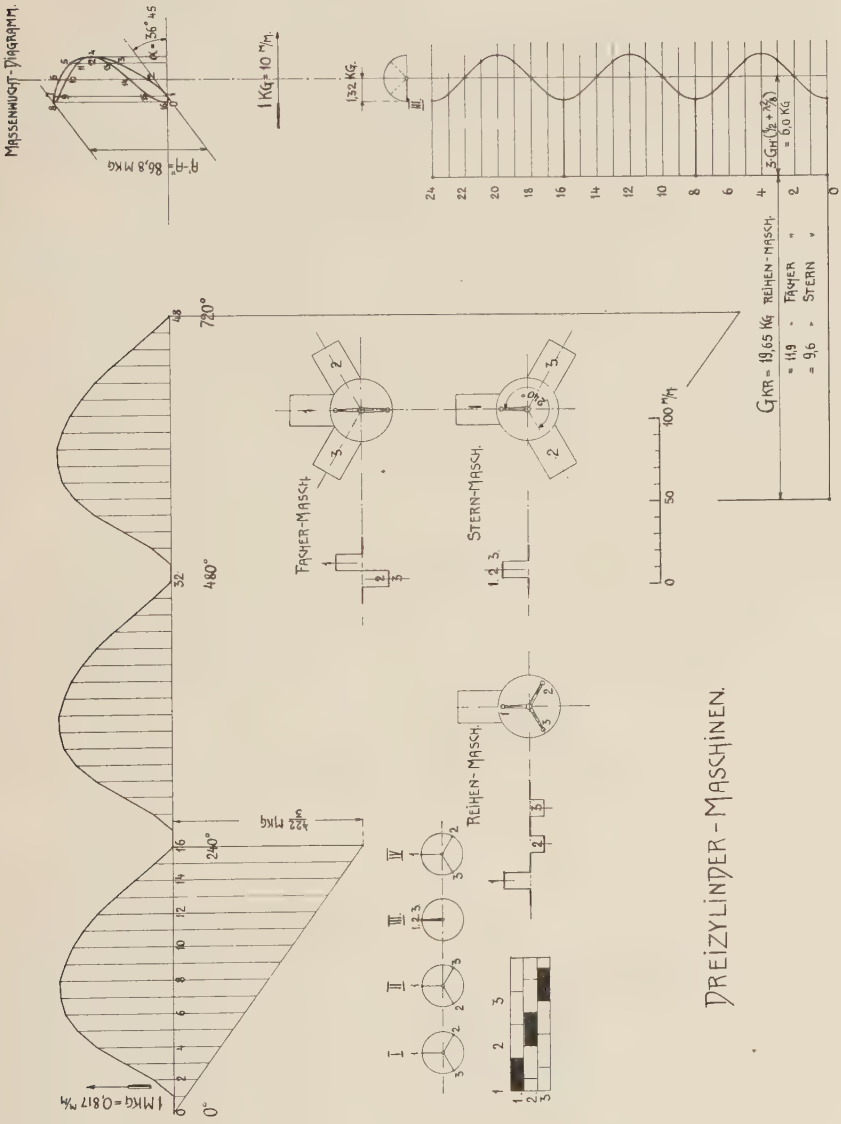


Fig. 24.

Letztere zeigt schon eine bedeutend weniger verwickelte Form wie bisher und gibt innerhalb der beiden Tangenten unter 36° 45′ die Wuchtdifferenz zu A′ — A″ = 86,8 mkg an.

Somit:

$$G_{SR} = \frac{86{,}8 \,.\, 180}{18{,}3} - 25{,}65 = 829\,\text{kg}$$

und

$$G_S = \frac{829}{5^2} = 33{,}2\,\text{kg}.$$

(25,65 kg ist die Summe der Gewichte in Zeile 7 und 8 der Tab. 3.)

Die Vierzylinder-Reihen-Maschine (Fig. 25).

Die Kurbeln sind paarweise unter 180° versetzt, daher gleiche Zündabstände von 180° vorhanden. Die Zylinder arbeiten in der Reihenfolge 1, 2, 4, 3 (siehe Zündschema). Eine Periode des Arbeitsdiagrammes erstreckt sich über 180°. Zur Ermittelung des Diagrammes der reduzierten Gewichte kommen die Hilfsdrehstrecken II und IV in Betracht mit ihren Absolutwerten:

$$\text{II} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4 \,.\, G_H \,.\, \frac{1}{2} = 2 \,.\, 3{,}2 = 6{,}4\,\text{kg},$$

$$\text{IV} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4 \,.\, G_H \,.\, \frac{\lambda^2}{8} = \frac{3{,}2}{2 \,.\, 4{,}5^2} = 0{,}079\ \text{kg}.$$

Sie ergeben einen Linienzug der reduzierten Gewichte, der gleichfalls Perioden von 180° aufweist, so daß das Massenwuchtdiagramm mit Punkt 12 geschlossen sein muß. Die Wuchtdifferenz läßt sich zu $A' - A'' = 61{,}5$ mkg entnehmen.

Daher

$$G_{SR} = \frac{61{,}5 \,.\, 180}{16{,}05} - 26{,}87 = 663\ \text{kg},$$

und

$$G_S = \frac{663}{25} = 26{,}5\ \text{kg}.$$

Gibt man der Maschine überhaupt kein Schwungrad, dann fällt der Nullpunkt O des Massenwuchtdiagrammes auf die Nullachse der reduzierten Gewichte G_{KR} (siehe Fig. 25). Die Kurve selbst zeigt im Verhältnis zu ihrem Abstand vom Nullpunkt eine sehr bedeutende horizontale Erstreckung, weshalb die bisher übliche Tangentenkonstruktion zur Auffindung von $(A' - A'')$ für diesen besonderen Fall nicht mehr beibehalten werden kann. Als 2. geometrischer Ort für den Nullpunkt O gilt mit genügender Genauigkeit die in Fig. 25 unter dem Winkel $\alpha = 41^0\,11'$ (Tab. 3) gezogene Gerade, welche die Strecke $(A' - A'') = 61{,}5$ mkg gerade halbiert.

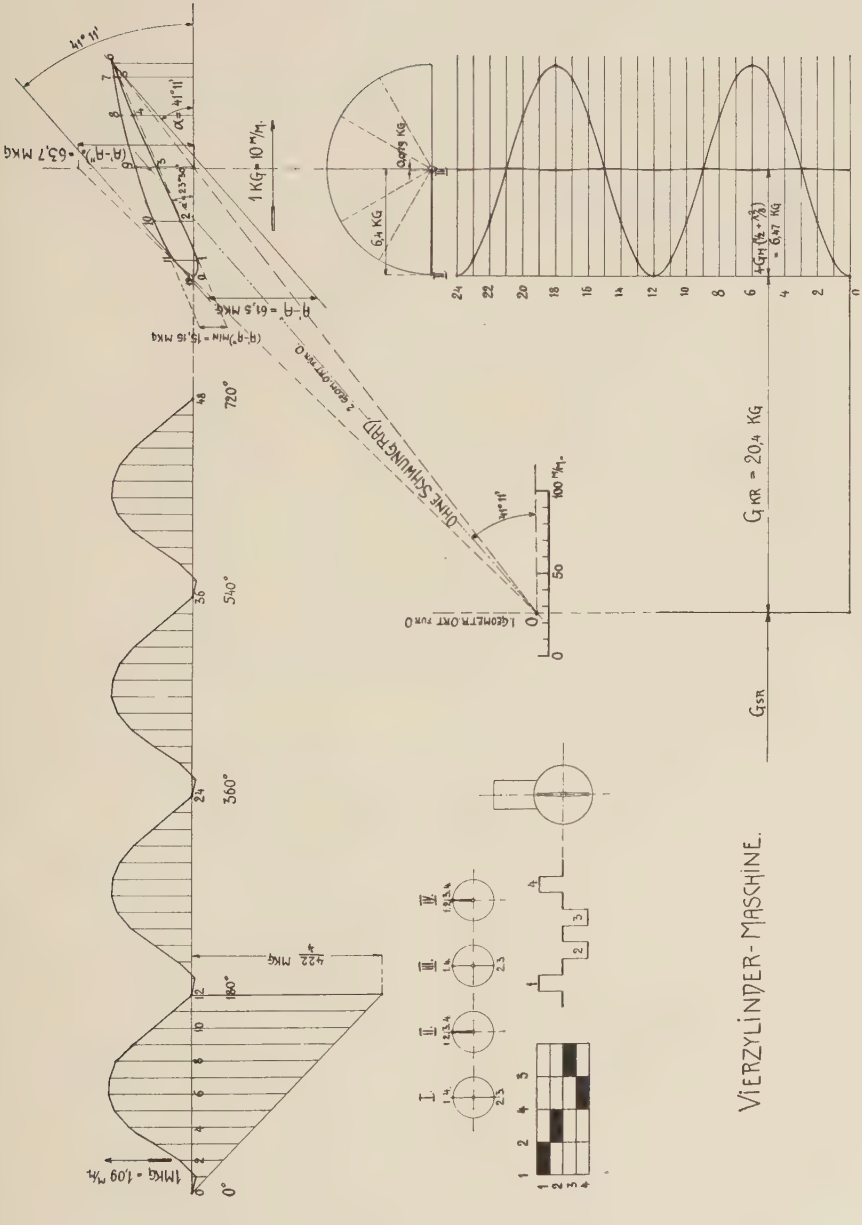

VIERZYLINDER-MASCHINE.
OHNE SCHWUNGRAD
1 KG = 10 M/M.
G KR = 20,4 KG
GSR
1 MKG = 1,09 M/M.
0°
180°
360°
540°
720°
6,4 KG
0,079 KG
41° 11'
1 GEOMETR. ORT FÜR O
100 M/M.

Fig. 25.

Nunmehr lassen sich durch Punkt 0 die richtigen Tangenten an die Massenwuchtkurve legen; sie führen zu $[A' - A''_0] = 63{,}7$ mkg, so daß man den Ungleichförmigkeitsgrad findet zu

$$\delta_0 = \frac{(A' - A'')_0}{\left[G_{KR} + 4 \,.\, G_H \,.\, \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right)\right] \,.\, \frac{v^2}{g}} = \frac{63{,}7}{26{,}87 \,.\, 16{,}05} = \frac{1}{6{,}78}.$$

Das Massenwuchtdiagramm zeigt eine ganz ausgesprochene Längsachse, die vermuten läßt, daß man hier bei der günstigsten Drehzahl mit einem kleineren Schwungradgewicht auskommt. Es wird

$$(A' - A'')_{min} = 15{,}15 \text{ mkg},$$

bei einem Winkel

$$\alpha' = 23^0\,30' \text{ (durch Probieren gefunden)}.$$

Dem entspricht

$$\operatorname{tg} \alpha' = 0{,}4348$$

und

$$\frac{v^2}{2\,g} = \operatorname{tg} \alpha' \,.\, \frac{10}{1{,}09} = 3{,}99$$

sowie eine Drehzahl $n' = 1127$ in der Minute.

Um bei $n' = 1127$ den Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{180}$ zu erzielen, muß das Gewicht G_{SR}' betragen:

$$G_{SR}' = \frac{15{,}15 \,.\, 180}{7{,}98} - 26{,}87 = 315 \text{ kg}.$$

Das Schwungradgewicht ist also tatsächlich nur $\frac{315}{663} \,.\, G_{SR} = 0{,}475 \,.\, G_{SR}$ und beträgt seinem Absolutwerte nach:

$$G_S' = \frac{315}{5^2} = 12{,}6 \text{ kg}$$

Läßt man die Vierzylinder-Maschine mit der günstigsten Drehzahl $n' = 1127$ in der Minute laufen, so ist die Ersparnis am Schwungradgewicht, wenn $\delta = \frac{1}{180}$ erhalten bleiben soll,

$$G_S - G_S' = 13{,}9 \text{ kg}.$$

Geringe Abweichungen von der Zahl 1127 spielen keine große Rolle.

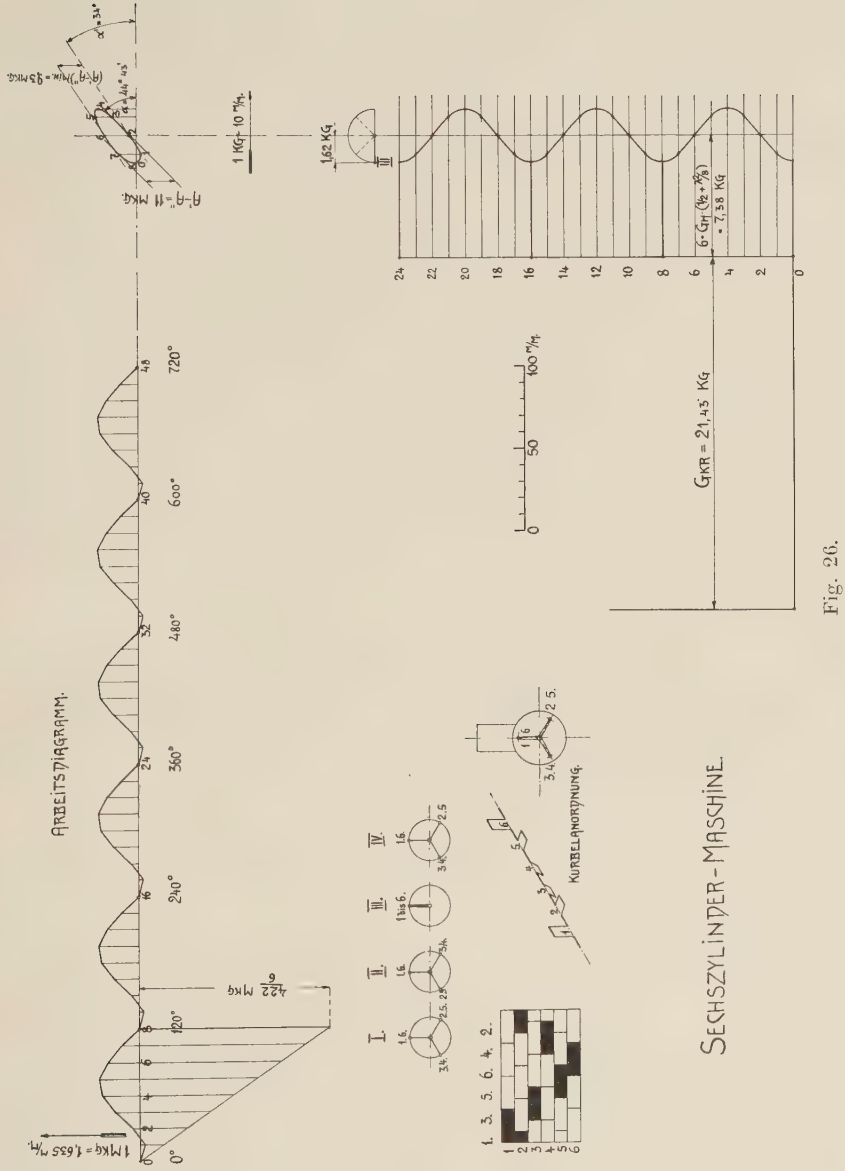


Fig. 26.

Die Sechszylinder-Reihen-Maschine. (Fig. 26.)

Die Sechszylinder-Maschine entsteht nach dem Kurbelschema in Fig. 26 aus 2 hintereinander angeordneten Dreizylinder-Maschinen derart, daß die gleichgerichteten Kurbelarme gleichen Abstand von der

Mitte der Maschine aufweisen. Die Zündabstände sind gleich groß und betragen 120°; dabei gilt für die Maschine die Zündfolge 1, 3, 5, 6, 4, 2. Die Veränderlichkeit der reduzierten Gewichte bestimmt sich nach dem Drehstreckenschema einzig mit Hilfe der Drehstrecke III. Der größte Schwingungsausschlag ist gleich der Länge dieser Drehstrecke III und beträgt

$$6 \,.\, G_H \,.\, \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{4{,}5} \,.\, 2{,}43 = 1{,}62 \text{ kg d. s. } 16{,}2 \text{ mm d. Fig.}$$

(G_H aus Tab. 3.)

Arbeits- sowie Gewichtsdiagramm zeigen Perioden von 120°, sodaß sich das Massenwuchtdiagramm über 8 Teilpunkte erstreckt.

Die beiden in Fig. 26 unter dem Winkel $\alpha = 44^0\,43'$ (siehe Tab. 3) gezogenen Tangenten schneiden eine Wuchtdifferenz

$$A' - A'' = 11 \text{ mkg aus.}$$

Daher ist

$$G_{SR} = \frac{11 \,.\, 180}{12{,}1} - 28{,}81 = 135 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{135}{5^2} = 5{,}4 \text{ kg.}$$

Zum Vergleich wollen wir feststellen, in welchem Maße der Ungleichförmigkeitsgrad der Sechszylinder-Maschine verbessert wird, wenn das reduzierte Gewicht des Schwungrades auf den Wert $G_{SR} = 663$ kg steigt, den wir bei der Vierzylinder-Maschine für $\delta = \frac{1}{180}$ errechneten.

Dann wird

$$G_R = 663 + 28{,}81 = 691{,}81 \text{ kg}$$

und

$$\delta_4 = \frac{11}{691{,}81 \,.\, 12{,}1} = \frac{1}{762}.$$

Gibt man der Maschine überhaupt kein Schwungrad, so wird hier $(A' - A'')_0 = A' - A'' = 11$ mkg und somit

$$\delta_0 = \frac{11}{28{,}81 \,.\, 12{,}1} = \frac{1}{31{,}7}.$$

Des weiteren tritt $(A' - A'')_{min} = 9{,}3$ mkg bei $\alpha' = 34^0$ auf, so daß $\operatorname{tg} \alpha' = 0{,}6745$ und $\frac{v^2}{2g} = 4{,}12$ wird.

Dementsprechend liegt die günstige Drehzahl bei $n' = 1320$. Dann vergrößert sich aber G_{SR} auf

$$G_{SR}' = \frac{9{,}3 \,.\, 180}{8{,}24} - 28{,}81 = 175 \text{ kg},$$

mit

$$G_S' = \frac{175}{5^2} = 7 \text{ kg}.$$

Die Achtzylinder-Reihen-Maschine. (Fig. 27.)

Die Achtzylinder-Maschine läßt sich zergliedern in die beiden Vierzylinder-Maschinen 1, 2, 7, 8 und 3, 4, 5, 6, deren Kurbeln in 2 unter 90^0 versetzten Ebenen liegen. Dies kommt im Zündschema ebenfalls zum Ausdruck. Die Zündungen folgen sich unter 90^0, so daß das Arbeitsdiagramm 8 Perioden aufweist. Von den Kosinuslinien I—IV kommt für das Diagramm der reduzierten Gewichte nach dem Schema der Drehstrecken nur IV zur Wirkung mit dem größten Ausschlage

$$8 \,.\, G_H \,.\, \frac{\lambda^2}{8} = \frac{1{,}93}{4{,}5^2} = 0{,}096 \text{ kg}$$

und einer Periodizität von 90^0.

Das Massenwuchtdiagramm schließt sich mit Punkt 6. Die Tangenten unter $48^0\,18'$ ergeben eine Wuchtdifferenz

$$A' - A'' = 6{,}65 \text{ mkg}.$$

Sie fordert

$$G_{SR} = \frac{6{,}65 \,.\, 180}{10{,}3} - 29{,}95 = 86 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{86}{5^2} = 3{,}44 \text{ kg}.$$

Wählt man auch hier das reduzierte Schwungradgewicht der Vierzylinder-Maschine, mit $G_{SR} = 663$ kg, so folgt

$$G_R = 663 + 29{,}95 = 692{,}95 \text{ kg}$$

und

$$\delta_4 = \frac{6{,}65}{692{,}95 \,.\, 10{,}3} = \frac{1}{1073}.$$

Das Diagramm der reduzierten Gewichte zeigt hier ganz auffallend kleine Unterschiede zwischen der größten und der kleinsten Abszisse, oder kürzer ausgedrückt: die Schwingungsausschläge verschwinden fast vollkommen. Dies deutet darauf hin, daß die „rein hin- und her-

gehenden Massen“ in ihrer Gesamtheit den Gleichgang der Maschine fast vollkommen „wie ein Schwungrad“ beeinflussen. Dementsprechend

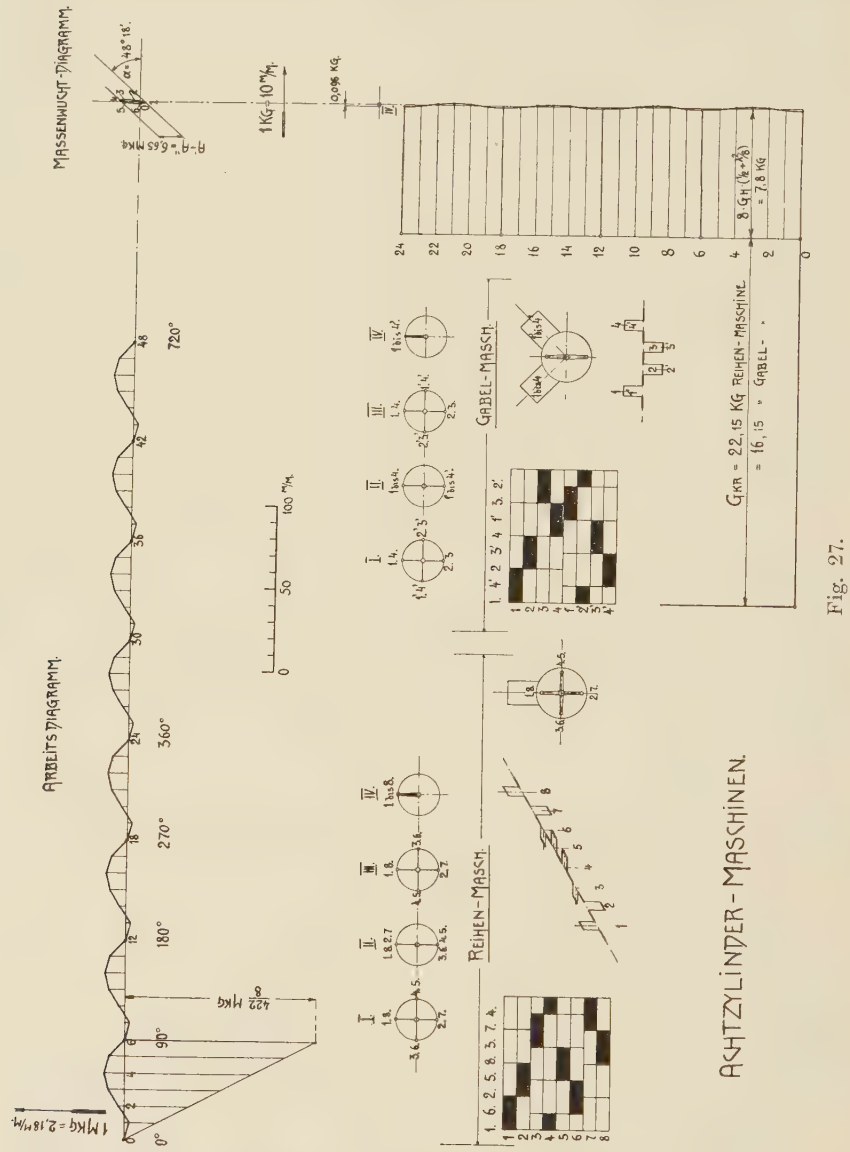


Fig. 27.

steht auch die Längsachse des Massenwuchtdiagrammes sehr steil, und die günstigste Drehzahl nimmt einen außerordentlich hohen Wert an, der praktisch nicht erreicht werden kann.

Gibt man der Maschine überhaupt kein Schwungrad, so zeigt sie einen Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta_0 = \frac{(A' - A'')_0}{\left[G_{KR} + 8 \,.\, G_H \,.\, \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right)\right] . \frac{v^2}{g}} = \frac{6{,}65}{29{,}95 \,.\, 10{,}3} = \frac{1}{46{,}5}.$$

Reihenmaschinen mit größerer Zylinderzahl als 8 werden nicht gebaut; daher soll die Untersuchung hier abschließen, und wir können unsere Aufmerksamkeit den Gabelmaschinen zuwenden.

b) Gabelmaschinen.

Die Zweizylinder-Gabel-Maschine. (Fig. 28.)

Bei den Gabelmaschinen liegen je zwei Zylinder in einer Ebene senkrecht zur Kurbelwelle und schließen gegenseitig einen Winkel, von 90° ein. Die Flügelstangen beider Zylinder, 1 und 1′ (Fig. 28), arbeiten auf einen Kurbelzapfen. Das Zündschema der Zweizylinder-Maschine zeigt, daß die Zündabstände infolge der Zylinderanordnung abwechselnd 450° und 270° betragen müssen. Das Arbeitsdiagramm und mit ihm das Massenwuchtdiagramm erstrecken sich daher über 2 volle Umdrehungen.

Das Schema der Hilfsdrehstrecken I—IV behält auch für die Gabelmaschinen seine Gültigkeit, wie aus folgender Überlegung hervorgeht. Beim Vorwärtsgang der Kurbelwelle im Uhrzeigersinn gelangt zuerst der Kolben des Zylinders 1 in seine innere Totlage (Totlage beim Zylinder-Deckel). Nach einer weiteren Drehung von 90° kommt der Kolben des Zylinders 1′ in seine innere Totlage. Genau der gleiche Vorgang spielt sich ab, wenn man sich die Gabelmaschine in eine Reihenmaschine verwandelt denkt derart, daß man den Zylinder 1 festhält und Zylinder 1′ mitsamt seinem Kurbelzapfen um 90° rückwärts dreht, so daß die zwei Zylinder in Reihenanordnung stehen, die Kurbeln dagegen um 90° versetzt sind. Durch diesen kleinen Kunstgriff, der, ohne die Zündabstände und die Reihenfolge zu ändern, nach welcher die einzelnen Kolben abwechselnd in die innere Totlage gelangen, die Gabelmaschine in eine für unsere Betrachtungen gleichwertige Reihenmaschine verwandelt, sind wir in der Lage, das Schema I—IV genau in der Weise anzuwenden, wie wir es von den Reihenmaschinen her gewohnt sind.

Entwickeln wir nun das Schema der Hilfsdrehstrecken (Fig. 28), so erkennen wir, daß die Schwingung I sich aus 2 Kosinuslinien zusammensetzt, herrührend von den Drehstrecken 1 und 1′, die sich im Abstande von 90° folgen. Addiert man 1 und 1′ geometrisch, so gelangt man zur Resultierenden I_R, welche 1 und 1′ ersetzt. Die Drehstrecke I_R erscheint gegenüber der Maschinenkurbel um 45° nach rückwärts gedreht; d. h.,

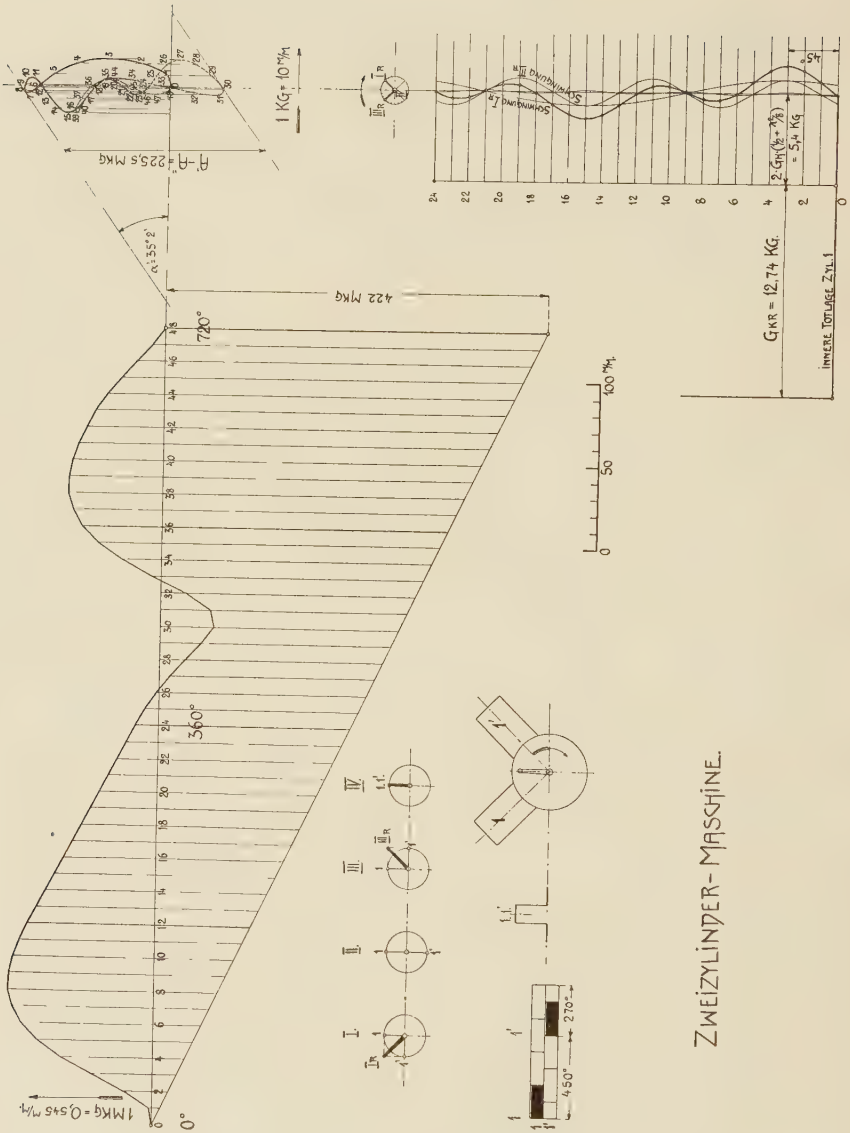


Fig. 28.

beginnt man die Diagrammkonstruktion wieder mit der inneren Totlage bei Zylinder I, so erreicht die Schwingung I ihren Größtwert, wenn sich die Kurbel um 45^0 weiter gedreht hat. Der Absolutwert von I_R läßt sich nach der Hilfsfigur anschreiben zu

$$\sqrt{2 \cdot \left(G_H \frac{\lambda}{2}\right)^2} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{5{,}33}{9}\right)^2} = \sqrt{0{,}7009} = 0{,}842 \text{ kg}.$$

Die Schwingung II entfällt vollständig, weil die beiden Hilfsdrehstrecken unter 180° versetzt sind.

Die Schwingung III ist mit Hilfe von III_R aufzuzeichnen. Sie hat ihren (negativen) Größtwert schon um 45° überschritten. Die Größe der Drehstrecke III_R beträgt ebenfalls 0,842 kg.

In Fig. IV fallen 1 und 1′ zusammen; es ergibt sich also die Größe von IV zu

$$2 \cdot G_H \cdot \frac{\lambda^2}{8} = 2 \cdot \frac{5{,}33}{162} = 0{,}066 \text{ kg}.$$

Die Kurve der reduzierten Gewichte setzt sich aus diesen 3 Kosinuslinien zusammen. Sie läßt erkennen, daß die hin- und hergehenden Massen einen bedeutend besseren Einfluß auf den Gang der Maschine ausüben als bei der Zweizylinder-Reihenmaschine (siehe Fig. 23). Man findet hier trotz der ungleichen Zündabstände nur eine Wuchtdifferenz

$$A' - A'' = 225{,}5 \text{ mkg},$$

so daß das reduzierte Gewicht

$$G_{SR} = \frac{225{,}5 \cdot 180}{25.7} - 18{,}14 = 1561 \text{ kg}$$

wird und das Schwungradgewicht

$$G_S = \frac{1561}{25} = 62{,}4 \text{ kg},$$

gegenüber 60 kg bzw. 87,84 kg bei den übrigen Zweizylinder-Maschinen (Figuren 22 und 23).

Um das Massenwuchtdiagramm übersichtlich zu gestalten, ist es von Punkt 0 bis 24 stark ausgezogen und von 24 bis 48 punktiert gezeichnet.

Die Vierzylinder-Gabelmaschine. (Fig. 29.)

Die Vierzylinder-Gabelmaschine ist eine Verdoppelung der Zweizylinder-Gabelmaschine. Die Kurbelwelle umfaßt zwei unter 180° versetzte Kurbelzapfen. Die Zündabstände sind nach Fig. 29 immer noch ungleich und betragen 180°, 270°, 180° und 90°, so daß Arbeits- und Massenwuchtdiagramm sich über 2 Umdrehungen erstrecken müssen.

Schema I—IV wird nach der gleichen Überlegung wie bei der Zweizylinder-Maschine erhalten; es zeigt an, daß nur die Schwingung IV zur Geltung kommt. Ihr größter Ausschlag findet sich zu

$$4 \cdot G_H \cdot \frac{\lambda^2}{8} = \frac{3{,}2}{2} \cdot \frac{1}{4{,}5^2} = 0{,}079 \text{ kg},$$

das sind 0,79 mm in der Figur.

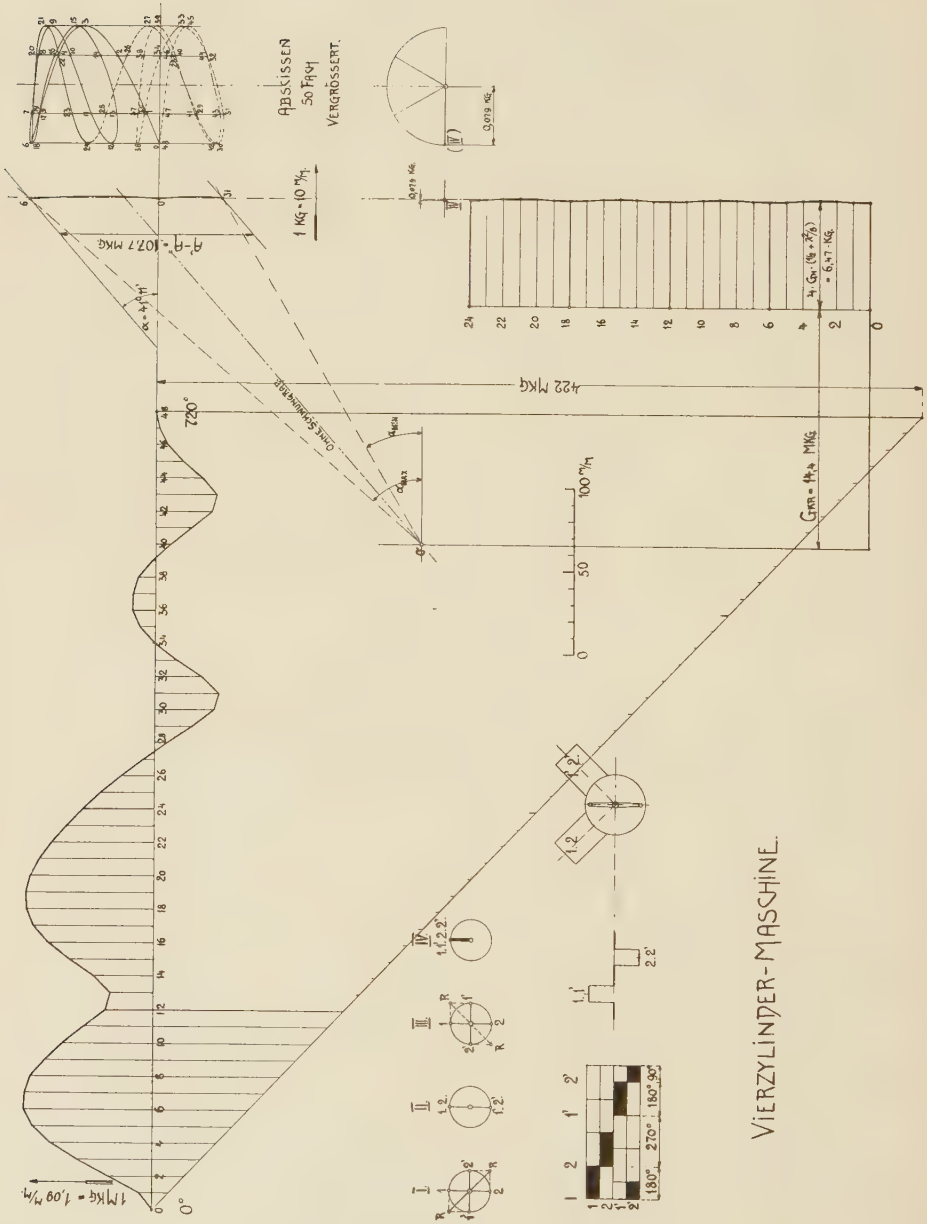

ABSCISSEN
50 FACH
VERGRÖSSERT.
1 KG = 10 M/M
A'-A = 107,7 MKG
α = 41°
720°
422 MKG
OHNE SCHWUNGRAD
GKR = 14,4 MKG
100 M/M
1 MKG = 1,09 M/M
VIERZYLINDER-MASCHINE.

Fig. 29.

Die hin- und hergehenden Massen wirken demnach auf den Gleichgang fast vollkommen „wie ein Schwungrad".

Die wagerechte Erstreckung des Massenwuchtdiagrammes in Fig. 29 ist so gering, daß die Abszissen in einer Seitenfigur 50 mal vergrößert wurden, um ein Bild von dem wahren Aussehen der Massenwuchtlinie zu erhalten. In der Hauptfigur ist das Diagramm schematisch durch 2 gebogene Linien ersetzt. Von einer günstigen Drehzahl kann praktisch nicht gesprochen werden.

Es ergibt sich hier mit Hilfe der beiden Parallelen unter dem aus Tab. 3 entnommenenen Winkel $\alpha = 41^0\,11'$ der Wuchtunterschied zu

$$A' - A'' = 107{,}7 \text{ mkg}$$

und das reduzierte Schwungradgewicht zu

$$G_{SR} = \frac{107{,}7 \,.\, 180}{16{,}05} - 20{,}87 = 1188 \text{ kg},$$

sowie

$$G_S = \frac{1188}{25} = 47{,}52 \text{ kg}.$$

Ohne Schwungrad würde der Ungleichförmigkeitsgrad den Wert annehmen

$$\delta_0 = \frac{107{,}7}{20{,}87 \,.\, 16{,}05} = \frac{1}{3{,}11}.$$

Wenn auch die hin- und hergehenden Massen sehr günstig auf den Gang der Maschine wirken, so ist der Einfluß der ungleichen Zündabstände doch derart bedeutend, daß δ_0 nicht kleiner als $\frac{1}{3.11}$ wird, während bei der Vierzylinder-Reihenmaschine $\delta_0 = \frac{1}{6{,}78}$ betrug.

Wählt man auch hier als Schwungrad jenes der Vierzylinder-Reihenmaschine mit $G_{SR} = 663$ kg, dann wird $G_R = 663 + 20{,}87 = 683.87$ kg und

$$\delta_4 = \frac{107{,}7}{683{,}87 \,.\, 16{,}05} = \frac{1}{102},$$

statt $\frac{1}{180}$ wie bei der Reihenmaschine.

Die Achtzylinder-Gabelmaschine. (Fig. 27.)

Die Achtzylinder-Gabelmaschine ist eine Verdoppelung der Vierzylinder-Gabelmaschine. Die Kurbelwelle hat genau die Gestalt wie jene der Vierzylinder-Reihenmaschine. Versetzt man also 2 Zündschemata

dieser Maschine um $360^0 + 90^0$, so gelangt man zum Zündschema der Achtzylinder-Gabelmaschine. Die Zündabstände betragen 90^0 wie bei der Reihenmaschine, so daß das Massenwuchtdiagramm der letzteren benutzt werden kann, nachdem noch Fig. I—IV des zugehörigen Drehstreckenschemas in Fig. 27 zeigte, daß auch hier nur die Schwingung IV für das Gewichtsdiagramm maßgebend ist. Mit dem Wert $A' - A'' = 6{,}65$ mkg ergibt sich

$$G_{SR} = \frac{6{,}65 \,.\, 180}{10{,}3} - 23{,}95 = 92 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{92}{25} = 3{,}68 \text{ kg}.$$

Rüstet man die Maschine mit dem Schwungrad der Vierzylinder-Reihenmaschine aus, dann folgt

$$G_R = 663 + 23{,}95 = 686{,}95 \text{ kg}$$

und der zu erwartende Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta_4 = \frac{6{,}65}{686{,}95 \,.\, 10{,}3} \doteq \frac{1}{1065}.$$

Ohne Schwungrad würde die Maschine einen Ungleichförmigkeitsgrad annehmen

$$\delta_0 = \frac{6{,}65}{23{,}95 \,.\, 10{,}3} = \frac{1}{37{,}1},$$

gegenüber $\delta_0 = \frac{1}{46{,}5}$ bei der Achtzylinder-Reihenmaschine.

Die Sechzehnzylinder-Gabelmaschine. (Fig. 30.)

Die Sechzehnzylinder-Maschine entsteht aus 2 hintereinander angeordneten Achtzylinder-Maschinen, deren Kurbelwellen in Ebenen liegen, die um 45^0 gegeneinander gedreht sind. Dabei ist zu beachten, daß mit Rücksicht auf guten Massenausgleich (vgl. den 2. Teil dieser Arbeit S. 151) gleich gerichtete Kurbelarme in gleichen Abständen von der Mitte der Maschine anzuordnen sind.

Versetzt man die Zündschemata zweier Achtzylinder-Maschinen $1, 2, 7, 8,\ 1', 2', 7', 8'$ und $3, 4, 5, 6,\ 3', 4', 5', 6'$ um einen Winkel $90^0 + 45^0$, — es können auch 45^0 gewählt werden —, so gelangt man zum Zündschema für 16 Zylinder. Es zeigt an, daß jedesmal nach einer Kurbeldrehung von 45^0 eine Zündung erfolgt.

Nach jeder Drehung der Welle von 45^0 kommen 2 Kolben in die innere Totlage, so daß Fig. I des Drehstreckenschemas acht Hilfsdrehstrecken aufweist, welche je für 2 Zylinder gelten. Entwickelt man hier-

aus die Figuren II, III und IV in Fig. 30, so zeigt es sich, daß alle vier Schwingungen wegfallen und das Diagramm der reduzierten Ge-

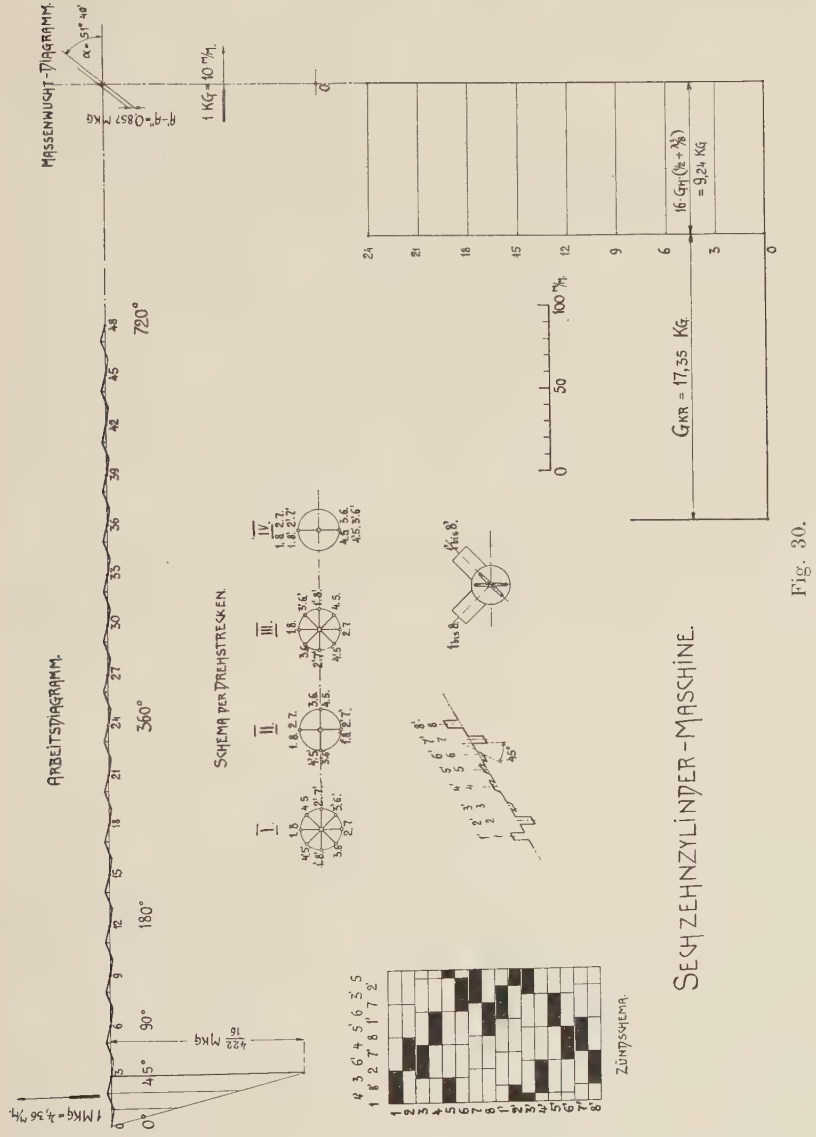


Fig. 30.

wichte in eine Gerade übergeht. Die hin- und hergehenden Massen wirken also auf den Gleichgang der Maschine theoretisch genau „wie ein Schwungrad".

Das Massenwuchtdiagramm erstreckt sich über 3 Punkte, die ebenfalls in einer Geraden liegen müssen. Für jede Drehzahl findet man den Wert $A' - A'' = 0{,}857$ mkg. Dem entspricht ohne Schwungrad der Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta_0 = \frac{0{,}857}{26{,}59 \,.\, 5{,}81} = \frac{1}{180},$$

das ist jener Wert, der S. 39, bei Aufstellung der Vergleichsbedingungen als einzuhaltender Ungleichförmigkeitsgrad zugrunde gelegt wurde.

Würde auch diese Maschine mit dem Schwungrad der Vierzylinder-Reihenmaschine versehen, dann fände man

$$G_R = 663 + 26{,}59 = 689{,}59 \text{ kg}$$

und

$$\delta_4 = \frac{0{,}857}{689{,}59 \,.\, 5{,}81} = \frac{1}{4680}.$$

Es sind zwar noch Gabelmaschinen mit 24 und sogar 32 Zylindern ausgeführt worden, doch hat es keinen Wert, die Untersuchung auf diese Zylinderzahlen auszudehnen, weil ein Ungleichförmigkeitsgrad von $\delta = \frac{1}{180}$, wie ihn die Sechzehnzylinder-Maschine selbst ohne jegliche Schwungmassen zeigt, schon weit über das hinausgeht, was man von einer Viertaktmaschine für Fahr- und Flugzwecke verlangt. Wir können uns somit der nächsten Maschinengattung zuwenden, den

c) Sternmaschinen.

Bei den Sternmaschinen sind die Zylinder radial um die Kurbelachse angeordnet. Sie liegen in einer Ebene. Alle Flügelstangen greifen an einem Kurbelzapfen an. Die Anzahl der Zylinder muß stets eine ungerade sein, wenn die Zündabstände gleichmäßig sein sollen. Denn sobald wir, bei Zylinder 1 beginnend, in der Zündfolge jedesmal einen Zylinder überspringen (siehe z. B. Fig. 23), so finden innerhalb zweier voller Umdrehungen in allen Zylindern Explosionen statt, und zwar in den angestrebten gleichen Abständen.

Eine Ausnahme macht nur die

Zweizylinder-Sternmaschine mit gegenüberliegenden Zylindern und 1 Kurbelzapfen (Fig. 23).

die zu den Sternmaschinen zu rechnen ist. Sie geht aus der Zweizylinder-Reihenmaschine mit Kurbeln unter 180° dadurch hervor, daß Zylinder 1 mit seiner Kurbel festgehalten und Zylinder 2 samt Kurbel um 180° weiter gedreht werden. Die Wuchtdifferenz $(A' - A'')$ entnehmen wir

daher dem Diagramm der Zweizylinder-Reihenmaschine in Fig. 23 zu $A' - A'' = 317$ mkg, und da die Kurbelwelle das gleiche Gewicht wie bei der Gabelmaschine hat, erhält man

$$G_{SR} = \frac{317 \cdot 180}{25{,}7} - 18{,}14 = 2202 \text{ kg},$$

sowie

$$G_S = \frac{2202}{25} = 88{,}1 \text{ kg}.$$

Die Dreizylinder-Sternmaschine. (Fig. 24.)

Werden die Zündaugenblicke derart verteilt, daß jedesmal ein Zylinder übersprungen wird, so ist die Reihenfolge der Zündungen 1, 2, 3, der Zündabstand 240°, und nach 720° beginnt das Spiel von neuem. Jedesmal nach 120° Kurbeldrehung kommt ein Kolben in die innere Totlage. Durch Zurückdrehen der Zylinder 2 und 3 in die Achsenrichtung von Zylinder 1 verwandeln wir die Sternmaschine in die normale Dreizylinder-Reihenmaschine, so daß zur Berechnung des Schwungrades der Dreizylinder-Sternmaschine das Massenwuchtdiagramm in Fig. 24 benutzt werden kann. Dort fand sich der Wert $A' - A'' = 86{,}8$ mkg; doch errechnen wir hier das reduzierte Schwungradgewicht zu

$$G_{SR} = \frac{86{,}8 \cdot 180}{18{,}3} - 15{,}6 = 839 \text{ kg}$$

und G_S zu

$$G_S = \frac{839}{5^2} = 33{,}5 \text{ kg}.$$

(15,6 kg ist die Summe der Gewichte in Zeile 7 und 10 der Tab. 3.)

Die Fünfzylinder-Sternmaschine (Fig. 31.)

Hier folgen sich die Zündungen nach Kurbeldrehungen von $\frac{720^0}{5} = 144^0$. Zur Konstruktion des Arbeitsdiagrammes wurde die Länge des Einheitsdiagrammes (Fig. 16) in 35 gleiche Teile geteilt, so daß in Fig. 31 nach 7 Teilpunkten eine neue Periode beginnt. Nach je $\frac{144^0}{2} = 72^0$ kommt ein Kolben in die innere Totlage, so daß sich im Schema der Drehstrecken Fig. I derart zeichnen läßt, als ob wir eine Reihenmaschine hätten, bei der 5 Kurbeln je unter 72° versetzt vorhanden wären.

Entwickelt man alle Figuren I—IV in diesem Schema, so zeigt es sich, daß hier das Diagramm der reduzierten Gewichte in eine Gerade

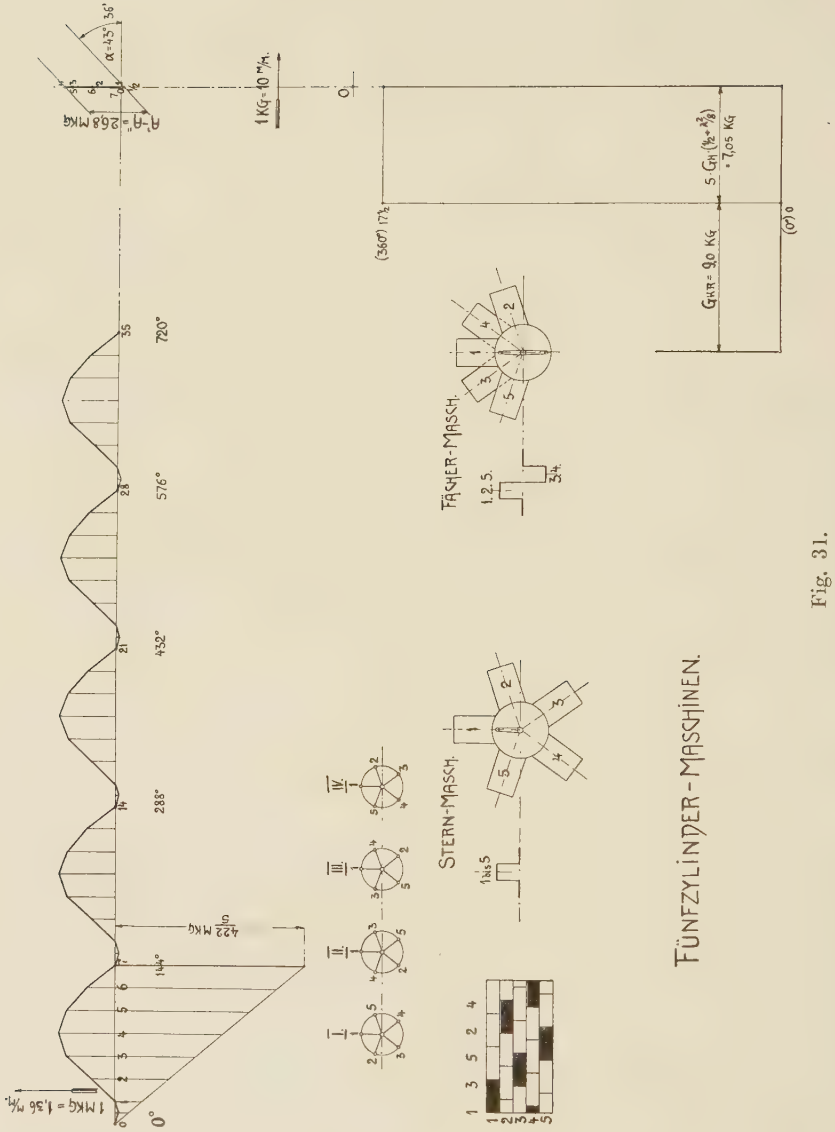


Fig. 31.

übergehen muß. Die 7 Punkte des Massenwuchtdiagrammes fallen ebenfalls in eine Gerade, und es findet sich der Wert $A' - A'' = 26{,}8$ mkg sowie das Gewicht

$$G_{SR} = \frac{26{,}8 \,.\, 180}{14} - 16{,}05 = 328 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{328}{25} = 13{,}1 \text{ kg}.$$

Ohne Schwungrad würde sich der Ungleichförmigkeitsgrad der Drehung der Welle ergeben zu

$$\delta_0 = \frac{26{,}8}{16{,}05 \,.\, 14} = \frac{1}{8{,}4}$$

Für ein reduziertes Gewicht $G_{SR} = 663$ kg (Vierzylinder-Reihenmaschine) findet sich

$$G_R = 663 + 16{,}05 = 679{,}05$$

und

$$\delta_4 = \frac{26{,}8}{679{,}05 \,.\, 14} = \frac{1}{355}.$$

Die Siebenzylinder-Sternmaschine. (Fig. 32.)

Bei der Siebenzylinder-Maschine folgen sich die Zündungen nach Durchlaufen eines Kurbelwinkels von $\frac{720}{7} = 102\ ^6/_7{}^0$ und das Arbeitsdiagramm zeigt innerhalb 720^0 sieben Perioden.

Nach Schema I—IV in Fig. 32 geht das Diagramm der reduz. Gewichte in eine Gerade über. In diesem Schema sind die Hilfsdrehstrecken wieder derart verteilt, als ob die 7 Zylinder in Reihe stünden.

Allgemein läßt sich aus dem Schema der Hilfsdrehstrecken ohne weiteres ablesen, daß für jede Maschine, bei der mehr als 4 Hilfsdrehstrecken der Figur I in Sternanordnung stehen, die hin- und hergehenden Massen auf den Gleichgang der Maschine genau „wie ein Schwungrad" wirken.

Auf die Sternmaschinen übertragen, besagt dies, „daß bei allen Sternmaschinen mit mehr als 4 Zylindern die hin- und hergehenden Massen die Eigenschaften eines Schwungrades annehmen".

Aus dem Massenwuchtdiagramm findet sich für den vorliegenden Fall $A' - A'' = 11{,}5$ mkg.

Hiermit

$$G_{SR} = \frac{11{,}5 \,.\, 180}{10{,}3} - 17{,}13 = 184 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{184}{25} = 7{,}36 \text{ kg}.$$

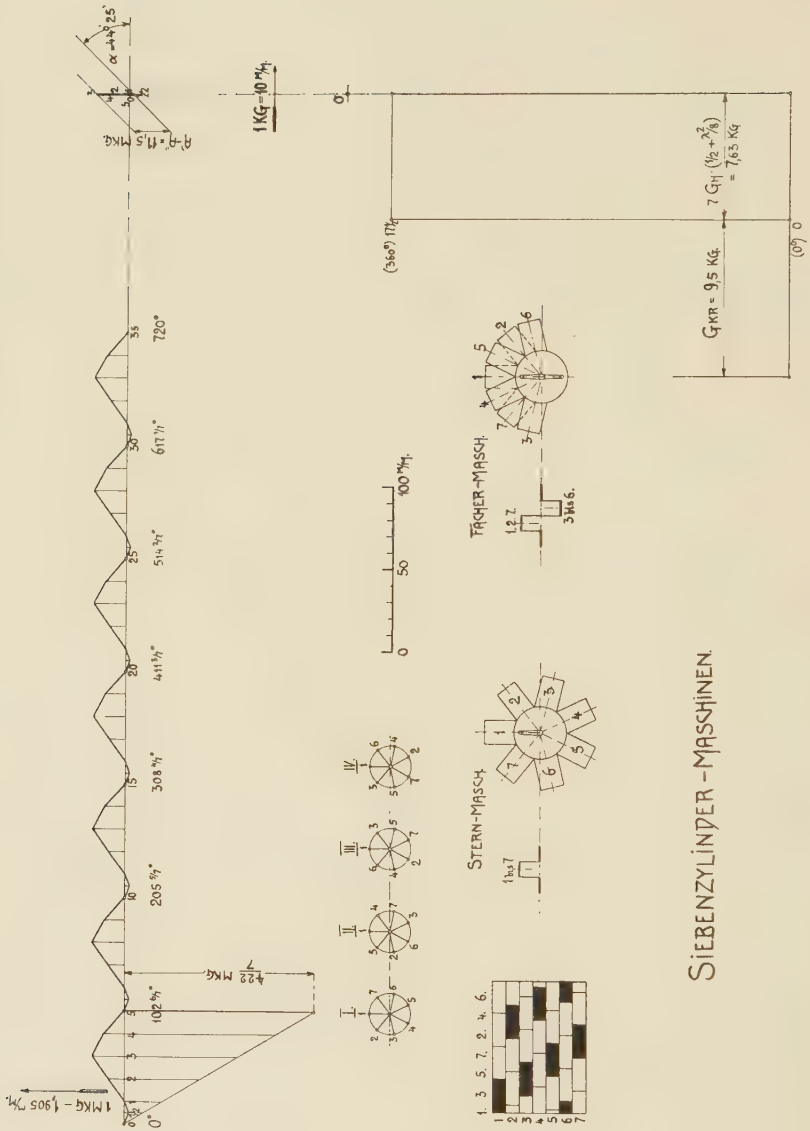


Fig. 32.

Ohne Schwungrad wäre zu erwarten:

$$\delta_0 = \frac{11{,}5}{17{,}13 \,.\, 10{,}3} = \frac{1}{15{,}35}.$$

Für $G_{SR} = 663$ kg (4-Zylinder-Maschine) wird $G_R = 680{,}13$ kg und

$$\delta_4 = \frac{11{,}5}{680{,}13 \,.\, 10{,}3} = \frac{1}{610}.$$

Sternmaschinen mit mehr als 7 Zylindern sind bisher nicht gebaut worden. Als nächste Gruppe folgen die

d) Fächermaschinen.

Die Fächermaschinen gehen aus den Sternmaschinen dadurch hervor, daß man sich eine Horizontale durch das Wellenmittel gezogen denkt, die oberhalb dieser Horizontalen gelegenen Zylinder festhält und die unterhalb gelegenen Zylinder mitsamt ihrem Kurbelzapfen um 180° weiter dreht.

Als einzige Ausnahme ist hierher zu rechnen die

Zweizylinder-Fächermaschine mit gegenüberliegenden Zylindern und 2 Kurbelzapfen. (Fig. 22.)

Diese Maschine geht aus der normalen Zweizylinder-Reihenmaschine mit Kurbeln unter 0° hervor, wenn 1 Zylinder festgehalten und der andere samt seiner Kurbel um 180° weiter gedreht wird. Für sie gilt deshalb ebenfalls das Massenwuchtdiagramm in Fig. 22, mit dessen Hilfe S. 49 errechnet wurde:

$$G_{SR} = 1500 \text{ kg}$$

und

$$G_S = 60 \text{ kg}.$$

Betrachten wir nun die

Dreizylinder-Fächermaschine mit 2 Kurbelzapfen (Fig. 24),

so erkennen wir, daß der Zylinder 2 der 3-Zylinder-Sternmaschine bei der Fächermaschine nach oben rechts zu liegen kommt, während Zylinder 3 seinen Platz oben links erhält. Der Kurbelzapfen, auf welchen die Getriebe dieser beiden Zylinder wirken, steht gegen jenen des Zylinders 1 um 180° versetzt. Beginnt jetzt die Maschine zu arbeiten, so folgen sich die Zündungen genau wie bei der Reihen- und der Sternmaschine nach je 240°. Nach je 120° Drehung gelangt ein Kolben in seine innere Totlage, so daß alle Diagramme der Fig. 24 auch für die Fächermaschinen gelten.

Mit $A' - A'' = 86{,}8$ mkg ergibt sich:

$$G_{SR} = \frac{86{,}8 \,.\, 180}{18{,}3} - 17{,}9 = 836 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{836}{25} = 33{,}5 \text{ kg}.$$

(17,9 kg ist die Summe der Gewichte aus Zeile 7 und 11 der Tab. 3.)

Die Dreizylinder-Fächermaschine mit einem Kurbelzapfen. (Fig. 33.)

In der Praxis wird auch eine Dreizylinder-Fächermaschine mit nur einem Kurbelzapfen verwendet. Stellt man diese Maschine der zuvor besprochenen mit 2 Kurbelzapfen gegenüber, so tritt ganz augenscheinlich zutage, wie sehr ungünstig die Gleichmäßigkeit des Ganges durch ungleiche Zündabstände beeinflußt wird. Zuvor folgten sich die Zündungen nach einer Drehung der Welle um 240°, während bei der Maschine mit einem Kurbelzapfen nur Zündabstände von 300°, 120° und 300° möglich sind. Somit muß sich eine Periode des Arbeitsdiagrammes über 2 volle Umdrehungen = 720° erstrecken.

Verwandelt man zur leichteren Weiterbehandlung die Fächermaschine in eine Reihenmaschine, so gelangt man zu den in Fig. I des Schemas in Fig. 33 eingezeichneten Hilfsdrehstrecken 1, 2, 3, von denen die Drehstrecke 1 mit 2 sowie 1 mit 3 Winkel von je 60° einschließen. Die Resultierende R_{23} der Drehstrecken 2 und 3 fällt nach Größe und Richtung mit 1 zusammen, so daß sich die Gesamtresultierende I ergibt zu:

$$I_R = 2 \,.\, G_H \,.\, \frac{\lambda}{2} = \frac{3{,}95}{4{,}5} = 0{,}88 \text{ kg}.$$

Die Schwingungen II und IV entfallen völlig, während im Schema III die Drehstrecken 2 und 3 nach unten, 1 hingegen nach oben gerichtet ist, so daß man erhält

$$III_R = 1 \,.\, G_H \,.\, \frac{\lambda}{2} - \frac{3{,}95}{9} = 0{,}44 \text{ kg}.$$

Die Richtung von III_R geht nach abwärts; dies bedeutet, daß I_R und III_R gleiches, und zwar positives, Vorzeichen für die Nullstellung der Drehstrecken aufweisen. Dementsprechend sind diese Strecken in der Hilfsfigur beim Diagramm der reduzierten Gewichte nach rechts gerichtet eingezeichnet. Als größten Arbeitsunterschied findet man aus dem Massenwuchtdiagramm mit Hilfe des Winkels $\alpha = 36^0\,45'$ den Wert $A' - A'' = 176$ mkg.

Somit auch

$$G_{SR} = \frac{176 \,.\, 180}{18{,}3} - 15{,}6 = 1715 \text{ kg}$$

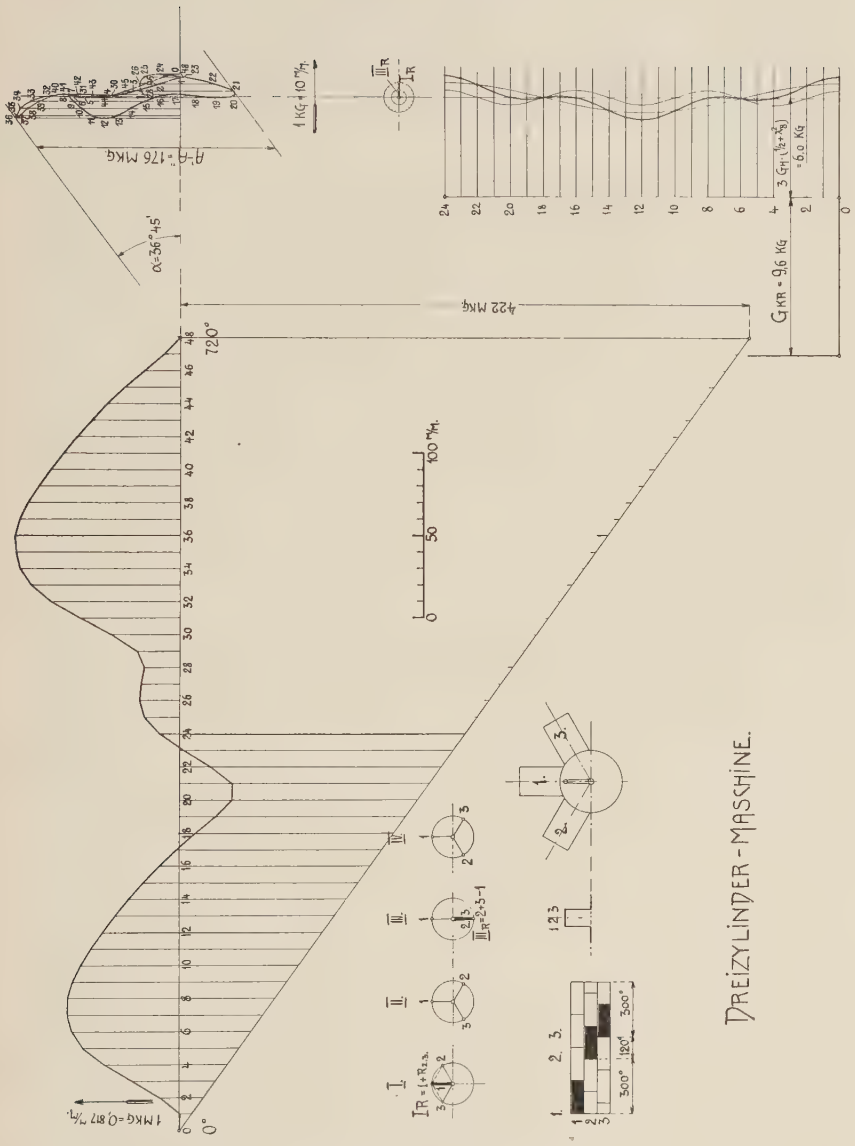


Fig. 33.

und

$$G_S = \frac{1715}{25} = 68{,}6 \text{ kg}.$$

Bei genau derselben Maschine mit gleichen Zündabständen waren hingegen nach S. 76 nur $G_S = 33{,}5$ kg erforderlich, um einen Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{180}$ zu erzeugen.

Diese Erkenntnis lehrt eindringlich, daß die Dreizylinder-Fächermaschine unbedingt mit zwei Kurbelzapfen auszuführen ist, wenn unnütze Massen vermieden werden sollen. Ob hierdurch auch der beste Massenausgleich erzielt wird, soll im zweiten Teil dieser Arbeit entschieden werden.

Die Fünfzylinder-Fächermaschine. (Fig. 31.)

Die Fünfzylinder-Fächermaschine ist nur eine Umwandlung der Sternmaschine, so daß die bei letzterer gefundenen Ergebnisse auch hier ihre Gültigkeit bewahren. (Vgl. S. 71.)

Die Siebenzylinder-Fächermaschine. (Fig. 32.)

Die Ergebnisse decken sich auch hier völlig mit jenen, die bei der Siebenzylinder-Sternmaschine gefunden und auf Seite 73 angegeben wurden.

Fächermaschinen mit mehr als 7 Zylindern sind bis jetzt noch nicht gebaut worden.

Wir kommen jetzt zur Betrachtung der

e) Umlaufmaschinen, d. i. der Maschinen mit kreisenden Zylindern.

Wie früher schon ausgesprochen wurde, steht die Welle mit der Lagerstelle und dem Kurbelzapfen fest. Um die Lagerstelle herum kreist ein Gestell, an welchem die Zylinder befestigt sind. Um den Kurbelzapfen drehen sich die Flügelstangen, deren zweites Ende an den Kolben befestigt ist, die von den kreisenden Zylindern mitgenommen werden. Im übrigen gleichen diese Maschinen den Sternmaschinen; insbesondere stimmen ihre Zündabstände und Arbeitsdiagramme mit denen der Sternmaschinen überein.

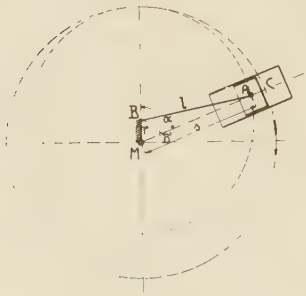


Fig. 34.

Fig. 34 zeigt im Schema eine Maschine mit einem kreisenden Zylinder. Die Drehachse geht durch M, während B den Mittelpunkt des Kurbelzapfens darstellt. M und B sind feste Punkte am Gestell. Die Flügelstange von der Länge l trägt am Ende den Kolben A und dreht sich um B. Die Entfernung des Kolbens vom Mittelpunkt M der Drehung ändert sich ständig, ebenso die Entfernung des Schwerpunktes der Flügelstange. Es ist zu bestimmen, welchen Einfluß diese

hin- und hergehenden Massen auf die Gleichmäßigkeit des Ganges ausüben.

Da die Flügelstange eine reine Drehung um B ausführt, läßt sie sich in ihrer Massenwirkung ersetzen durch eine Masse M_A, welche im Punkte A angebracht zu denken ist, deren Größe sich aus $M_A = \frac{\Theta_B}{l^2}$ bestimmt, wenn Θ_B das Trägheitsmoment der Flügelstange in bezug auf Achse B bedeutet. Das Gewicht dieser Masse beträgt

$$G_A = M_A \cdot g = \frac{\Theta_B \cdot g}{l^2} \text{ kg} = 0{,}25 \cdot G_{(kg)}$$

(s. Formel 5 b), wenn G das Gewicht der Flügelstange ist. Vereinigt man G_A mit dem Kolbengewichte G_K, so gelangt man zu dem Gesamtgewichte G_H, welches an der Drehung teilnimmt und zugleich noch seine hin- und hergehende Bewegung relativ zum Zylinder beibehält. Also

$$G_H = G_K + G_A = G_{(\text{Kolben})} + 0{,}25 \cdot G_{(\text{Flügelstange})}.$$

Dieses Gewicht kann man sich im Punkte A, der zugleich Schwerpunkt des Kolbens ist, angeordnet denken. Seine augenblickliche Entfernung vom Punkte M sei mit s bezeichnet. Der Abstand s ändert sich nun dergestalt, daß Punkt A stets auf dem Kreise um B bleibt, gleichzeitig aber auch auf dem Fahrstrahl M C liegt.

Denkt man sich nun M C festgehalten und B um M drehbar, so ist wieder der normale Kurbeltrieb — nur mit entgegengesetztem Drehsinn — verwirklicht, und der Abstand s läßt sich anschreiben zu $s = l + r - x$ (Hütte, 20. Aufl., I. Teil, S. 826)
oder

$$s = l + r \cdot \cos\alpha - \frac{l}{2} \cdot \frac{r^2}{l} \sin^2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)$$

$$= l + r\cos\alpha - 2\rho\sin^2\alpha,$$

wenn

$$\rho = \frac{r^2}{4 \cdot l} = \frac{r \cdot \lambda}{4}$$

gesetzt wird.

Um einen Vergleich der Eigenschaften der Umlaufmaschinen mit den Ergebnissen bei den übrigen Maschinen zu ermöglichen, sollen auch bei den Umlaufmaschinen die hin- und hergehenden Gewichte G_H auf einen Punkt B des Gestells bezogen werden, dessen Abstand von M gleich dem Kurbelradius ist.

Es gilt wieder für die reduzierten Gewichte:

$$G_{HR} = G_H \cdot \left(\frac{c_A}{v}\right)^2$$

Hierin bedeutet c_A die Geschwindigkeit des Punktes A (Fig. 35) und v die Geschwindigkeit eines Punktes B′ im Abstand r vom Mittelpunkt M des kreisenden Systems.

Die Kolbengeschwindigkeit c_A setzt sich nach Fig. 35 geometrisch zusammen aus:

1. Der Geschwindigkeit c′, welche der Punkt A infolge seiner Drehung um M annimmt. Sie ist stets senkrecht zum Radius A M gerichtet und beträgt der Größe nach $c' = s \cdot \omega$ m/sec, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des kreisenden Zylinders bedeutet;

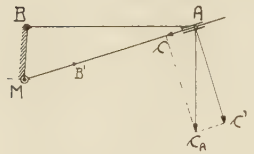


Fig. 35.

2. der Relativgeschwindigkeit c, mit welcher der Kolben sich im Zylinder bewegt. Sie bestimmt sich genau wie beim normalen Kurbeltrieb zu

$$c = r \cdot \omega \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{r^2}{l} \cdot \omega \cdot \sin 2\alpha \text{ m/sec}$$

(Formel 10). Die Geschwindigkeit c fällt stets in die Richtung des Fahrstrahles A M. Demnach stehen c′ und c immer senkrecht aufeinander, und c_A läßt sich analytisch bestimmen aus $c^2 = (c')^2 + c^2$. Weiterhin bestimmt sich

$$G_{HR} = G_H \cdot \frac{(c')^2 + c^2}{v^2} = G_H \left(\frac{c'}{v}\right)^2 + G_H \left(\frac{c}{v}\right)^2 \quad . \quad . \quad 29)$$
$$= (G_{HR})_1 + (G_{HR})_2$$

d. h. auch die reduzierten Gewichte setzen sich aus 2 Teilen zusammen, deren Ursprung einerseits in der Drehung, andererseits in der Relativbewegung des Kolbens zu suchen ist. Der erste Teil der Gl. 29 lautet:

$$(G_{HR})_1 = G_H \cdot \left(\frac{c'}{v}\right)^2.$$

Und mit $c' = s \cdot \omega$ folgt:

$$(G_{HR})_1 = G_H \cdot \left(\frac{s \cdot \omega}{r \cdot \omega}\right)^2 = G_H \cdot \left(\frac{s}{r}\right)^2.$$

Der Faktor $\left(\frac{s}{r}\right)^2$ ermittelt sich zu: (s. Gl. 28)

$$\left(\frac{s}{r}\right)^2 = \frac{l^2}{r^2} + 2 \cdot \frac{l}{r} \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 4 \frac{l \cdot \rho}{r^2} \sin^2 \alpha$$
$$- \frac{4\rho}{r} \cdot \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha + 4 \frac{\rho^2}{r^2} \sin^4 \alpha.$$

$$\left(\frac{s}{r}\right)^2 = \frac{l^2}{r^2} + 2\,\frac{l}{r}\,.\cos\alpha + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha - 2\,\frac{l\,.\,\rho}{r^2}$$

$$+ \frac{2\,.\,l\,.\,\rho}{r^2}\,.\cos 2\alpha - 4\,.\,\frac{\rho}{r}\,.\cos\alpha + \frac{\rho}{r}\cos 3\alpha$$

$$+ 3\,\frac{\rho}{r}\cos\alpha + \frac{\rho^2}{2\,r^2}\cos 4\alpha - 2\,\frac{\rho^2}{r^2}\cos 2\alpha + \frac{3}{2}\,\frac{\rho^2}{r^2}$$

$$= \frac{l^2}{r^2} + \frac{1}{2} - \frac{2\,.\,l\,.\,\rho}{r} + \frac{3}{2}\,\frac{\rho^2}{r^2}$$

$$+ \cos\alpha\,.\left(2\,\frac{l}{r} - \frac{\rho}{r}\right)$$

$$+ \cos 2\alpha\,.\left(\frac{1}{2} + 2\,\frac{l\,.\,\rho}{r^2} - 2\,\frac{\rho^2}{r^2}\right)$$

$$+ \cos 3\alpha\,.\left(\frac{\rho}{r}\right)$$

$$+ \cos 4\alpha\,.\left(\frac{\rho^2}{2\,r^2}\right)$$

Setzt man nun wieder $\rho = \frac{r\,\lambda}{4} = \frac{r^2}{4\,.\,l}$ und vereinfacht, so findet man

$$\left(\frac{s}{r}\right)^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 + \frac{3}{32}\,\lambda^2 + \cos\alpha\,.\,\frac{8 - \lambda^2}{4\,\lambda}$$

$$+ \cos 2\alpha\,.\left(1 - \frac{\lambda^2}{8}\right)$$

$$+ \cos 3\alpha\,.\,\frac{\lambda}{4}$$

$$+ \cos 4\alpha\,.\,\frac{\lambda^2}{32}\,.$$

Der zweite Teil der Gl. 29 lautete

$$(G_{HR})_2 = G_H\,.\left(\frac{c}{v}\right)^2$$

Der Quotient $\left(\frac{c}{v}\right)^2$ wurde schon ermittelt; er wird aus Gl. 11 übernommen zu

$$\left(\frac{c}{v}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \frac{1}{2} \cdot \cos 2\alpha - \frac{\lambda}{2} \cdot \cos 3\alpha - \frac{\lambda^2}{8} \cdot \cos 4\alpha$$

Vereinigt man nun die beiden Werte für $(G_{HR})_1$ und $(G_{HR})_2$, so findet sich

$$G_{HR} = G_H \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{7}{32} \cdot \lambda^2 + \frac{8 + \lambda^2}{4 \cdot \lambda} \cdot \cos\alpha + \left(\frac{1}{2} - \frac{\lambda^2}{8}\right) \cdot \cos 2\alpha - \frac{\lambda}{4} \cdot \cos 3\alpha - \frac{3}{32} \cdot \lambda^2 \cdot \cos 4\alpha \right] \quad \ldots \quad 30)$$

Nachdem auch für die Umlaufmaschinen der Wert $\lambda = \frac{r}{l} = \frac{1}{4{,}5}$ gelten soll, geht Gl. 30 über in

$$G_{HR} = 20{,}76 \cdot G_H + 9{,}05 \cdot G_H \cdot \cos\alpha + 0{,}494 \cdot G_H \cdot \cos 2\alpha - 0{,}055 \cdot G_H \cdot \cos 3\alpha - 0{,}0046 \cdot G_H \cdot \cos 4\alpha \quad \ldots \quad 30\,a)$$

G_H läßt sich wieder der Tabelle 3 entnehmen (Zeile 6). Nun soll Gl. 30a noch für i Zylinder angeschrieben werden. Sie lautet dann

$$G_{HR} = 20{,}76 \cdot i \cdot G_H + 9{,}05 \cdot i \cdot G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\cos\alpha] + 0{,}494 \cdot i \cdot G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\cos 2\alpha] - 0{,}055 \cdot i \cdot G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\cos 3\alpha] - 0{,}0046 \cdot i \cdot G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\cos 4\alpha] \quad \ldots \quad 30\,b)$$

Diese Formel zeigt genau den gleichen Aufbau wie Gleichung 27. Einem konstanten Gliede folgen 4 Kosinusfunktionen, welche in der geometrischen Deutung wieder als Schwingungen I, II, III und IV bezeichnet werden sollen.

Im Gegensatz zu Gl. 27 sind für einen Drehwinkel $\alpha = 0^0$ die ersten 2 Drehstrecken mit positivem, die letzten zwei mit negativem Vorzeichen einzuführen.

Mit den bisher gewonnenen Erkenntnissen läßt sich voraussagen, daß bei mehr als 4 sternförmig angeordneten Zylindern die dynamischen Wirkungen der hin- und hergehenden Massen der Wirkung kreisender Massen gleichen müssen.

Die Zweizylinder-Umlaufmaschine. (Fig. 36.)

Die Zweizylindermaschine weist Zündabstände von 540^0 bzw. 180^0 auf und wird somit das gleiche Arbeitsdiagramm geben wie die Zweizylinder-Reihenmaschine in Fig. 23. Das Arbeitsdiagramm der Maschine ist daher in Fig. 36 nicht mehr gezeichnet. Denkt man sich die Maschine wieder in eine Reihenmaschine verwandelt, so kommt Zylinder 2, um 180^0 gedreht, nach oben zu liegen. Die Hilfsdrehstrecke 2 (Schema I in Fig. 36) gelangt daher in die Totlage unten. Fig. I spricht somit aus, daß die erste Kosinuslinie für das Diagramm der reduzierten Gewichte wegfällt. Entwickelt man die Fig. II, III und IV in der bisher gewohnten Weise, so erkennt man, daß auch Schwingung III für die weitere Betrachtung entfällt.

Die Werte der Drehstrecken II und IV finden sich zu

$$\text{II} = 0{,}494 \ . 2 \, . \, 5{,}33 = 5{,}27 \text{ kg}$$

und

$$\text{IV} = 0{,}0046 \, . \, 2 \, . \, 5{,}33 = 0{,}049 \text{ kg}.$$

Die Ausschläge IV sind derart klein (maximal 0,49 mm), daß sie die Schwingung II (52,7 mm) nur unmerklich zu ändern vermögen.

Die Ausschläge II ihrerseits sind hier etwas kleiner als in Fig. 23. Dies müßte die Arbeitsdifferenz $(A' - A'')$ verringern. Nun kommt aber noch ein anderer Umstand hinzu, der den Gleichgang der Maschine sehr ungünstig beeinflußt. Während in Fig. 23 die reduzierten Gewichte zu Beginn des Arbeitsspiels mit ihrem kleinsten Absolutwerte einsetzen und im weiteren Verlauf mit wachsendem Arbeitsüberschuß größer werden, tritt hier genau das Gegenteil ein. Das Massenwuchtdiagramm erhält eine ungünstige Form. Die in Fig. 23 gefundene Wuchtdifferenz von 317 mkg erhöht sich infolgedessen in Fig. 36 auf $A' - A'' = 402$ mkg. Ein Blick auf das Diagramm zeigt, daß eine „günstigste Drehzahl" hier nicht zu erwarten ist.

Will man untersuchen, wie groß der Ungleichförmigkeitsgrad δ' wird, allein infolge der hin- und hergehenden Massen (die hier zugleich kreisen), unter der Annahme, daß die Zylinder masselos gedacht sind, dann rückt der Nullpunkt des Koordinatensystems für das Massen-

wuchtdiagramm um die Größe des konstanten Gliedes $20{,}76 \,.\, i \,.\, G_H$ der Gl. 30a nach links.

$$20{,}76 \,.\, i \,.\, G_H = 20{,}76 \,.\, 2. \; 5{,}33 = 222 \text{ mkg}.$$

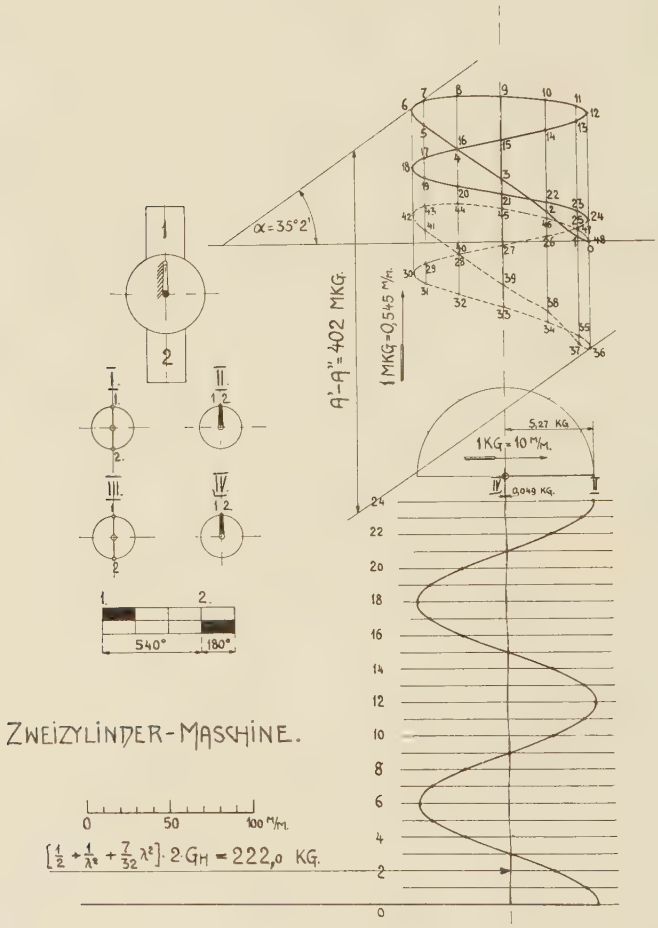


Fig. 36.

Dann folgt wie früher

$$\delta' = \frac{A' - A''}{222 \,.\, \dfrac{v^2}{g}} = \frac{402}{222 \,.\, 25{,}7} = \frac{1}{13{,}55} \,.$$

Um bei masselos gedachten Zylindern einen Ungleichförmigkeits-

grad $\delta = \frac{1}{180}$ zu erhalten, ist ein Schwunggewicht nötig, das sich errechnet aus:

$$G_{SR} = \frac{A' - A''}{\delta \cdot \frac{v^2}{g}} - 222 \text{ mkg}$$

$$= \frac{402 \cdot 180}{25{,}7} - 222$$

$$= 2593 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{2593}{5^2} = 103{,}72 \text{ kg}.$$

Dieses Schwunggewicht liegt nun bei den ausgeführten Maschinen zum Teil schon in den kreisenden Zylindern, braucht also nur zu dem überschießenden Teil als besonderes Schwungrad ausgeführt zu werden.

Genaue Angaben über die Größe der Gewichte und die Massenverteilung der Zylinder der in Frage kommenden Maschinen waren mir nicht zugänglich. Dennoch soll versucht werden, wenigstens die Größenanordnung anzugeben, innerhalb deren sich der tatsächliche Ungleichförmigkeitsgrad der Maschinen mit kreisenden Zylindern bewegt.

In seinem Buche „Motoren für Luftschiffe und Flugapparate" gibt A. Vorreiter S. 177 das Gewicht der Gnômemaschinen zwischen 1—2 kg pro PS_e an.

Wählt man einen Mittelwert von 1,5 kg pro PS_e, so ergibt sich das Gewicht der 60 pferdigen Maschine zu $1{,}5 \cdot 60 = 90$ kg. Nimmt man nun noch schätzungsweise an, daß der Trägheitsradius des ganzen sich drehenden Systems gleich der Länge l der Flügelstange sei, dann ist das Trägheitsmoment der Maschine: $\Theta_M = \frac{90}{9{,}81} \cdot l^2$, dem entspricht eine auf den Radius r reduzierte Masse

$$M_R = \frac{\Theta_M}{r^2} = M \cdot \frac{l^2}{r^2} \text{ kg} \cdot \frac{\text{sec}^2}{\text{m}}$$

und ein Gewicht

$$G_R = M_R \cdot g = G \cdot \frac{l^2}{r^2} = 90 \cdot 4{,}5^2$$

$$= 1822{,}5 \text{ kg}$$

für beliebige Zylinderzahl.

Rechnet man nun das tatsächliche δ, so hat an Stelle des Wertes $\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{2} + \frac{7}{32}\lambda^2\right)$. i . G_H die Größe G_R zu treten, so daß man findet:

$$\delta = \text{ca.}\ \frac{402}{1822{,}5\ .\ 25{,}7} = \text{ca.}\ \frac{1}{116{,}5}\ .$$

Dieser Wert ist trotz des auffallend schlechten Massenwuchtdiagrammes sehr günstig. Bedenkt man nun, daß die Maschinen mit kreisenden Zylindern nur in Drachenflieger eingebaut werden derart, daß die Schraubenflügel direkt an der Maschine befestigt sind, so kommt noch das reduzierte Gewicht der Flügel selbst mit einem ziemlich beträchtlichen Anteil zur Größe G_R hinzu. Dadurch wird selbst bei der Zweizylinder-Maschine der Ungleichförmigkeitsgrad δ so günstig, daß ein besonderes Schwungrad überflüssig ist. Die Maschine wäre sogar, wenn man sie bloß nach ihrem Ungleichförmigkeitsgrad beurteilen wollte, zum direkten Antrieb einer Dynamomaschine brauchbar.

Die Dreizylinder-Umlaufmaschine. (Fig. 37).

Bei der Dreizylindermaschine betragen die Zündabstände wieder 240^0 wie bei der Reihenmaschine. Es kann daher das Arbeitsdiagramm der Fig. 24 direkt benützt werden.

Bei einer Drehung der Maschine gelangen der Reihe nach die Kolben von Zylinder 1, 2 und 3 in ihre inneren Totlagen, so daß in Fig. I des Drehstreckenschemas in Fig. 37 die Hilfsdrehstrecken in der gezeichneten Weise einzutragen sind. Die in gewohnter Weise entwickelten Fig. II, III und IV zeigen, daß nur die Schwingung III zur Geltung kommt, mit einem Höchstbetrage von III $= 3\ .\ 0{,}055\ .\ 3{,}95 = 0{,}625$ kg und mit negativem Vorzeichen der Drehstrecke für $\alpha = 0^0$.

Nun lassen sich die erforderlichen beiden Diagramme aufzeichnen und man findet die Wuchtdifferenz zu $A' - A'' = 85{,}2$ mkg, ein Wert, der günstiger ist als bei der Dreizylinder-Reihenmaschine. Die Verbesserung ist der auf die Hälfte verringerten wagerechten Erstreckung des Massenwuchtdiagrammes zuzuschreiben.

Das unveränderliche Glied der Gl. 30a ergibt

$$20{,}76\ .\ 3\ .\ 3{,}95 = 246\ \text{kg}.$$

Somit

$$\delta' = \frac{85{,}2}{246\ .\ 18{,}3} = \frac{1}{52{,}8}\ ,$$

wenn die Zylinder als masselos betrachtet werden.

Für den Fall, daß $\delta = \frac{1}{180}$ betragen soll, errechnet sich bei masselos

gedachten Zylindern das reduzierte Gewicht der erforderlichen Schwungmassen zu

$$G_{SR} = \frac{85{,}2 \,.\, 180}{18{,}3} - 246 = 838 - 246 \text{ kg}$$

$$= 592 \text{ kg}$$

und

$$G_R = \frac{592}{5^2} = 23{,}68 \text{ kg}.$$

Wie die nächste Rechnung zeigt, sind diese Massen durch die Zylinder überreichlich aufgebracht.

Beträgt nämlich das Gewicht der Maschine wieder 90 kg, also $G_R = 1822{,}5$ kg, so findet man den Ungleichförmigkeitsgrad unter Berücksichtigung der Masse der Zylinder zu

$$\delta = \text{ca.} \frac{85{,}2}{1822{,}5 \,.\, 18{,}3}$$

$$= \frac{1}{392}.$$

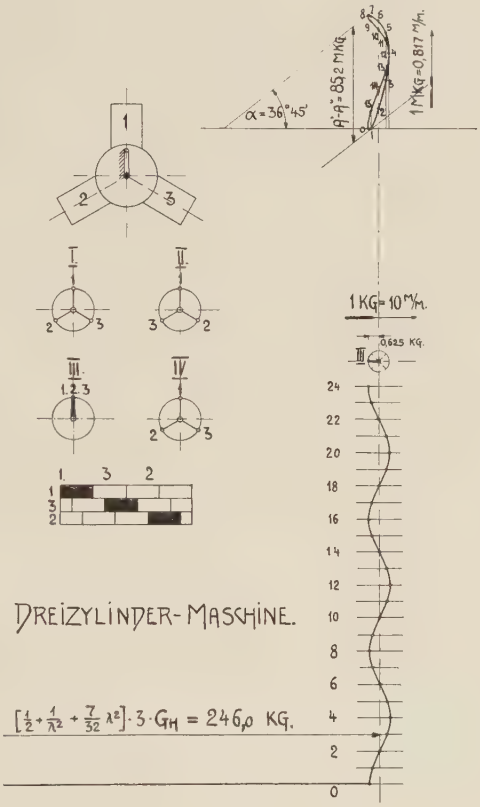


Fig. 37.

Die Fünfzylinder-Umlaufmaschine. (Fig. 31.)

Die Fünfzylinder-Maschine stimmt in ihrem Arbeits- und Massenwuchtdiagramm vollkommen mit der Sternmaschine in Fig. 31 überein. Daher ist $A' - A'' = 26{,}8$ mkg; ferner $20{,}76 \,.\, i \,.\, G_H = 20{,}76 \,.\, 5 \,.\, 2{,}8 = 290$ kg.

Somit ergibt sich der Ungleichförmigkeitsgrad δ' zu

$$\delta' = \frac{26{,}8}{290 \,.\, 14} = \frac{1}{151{,}5}$$

und

$$\delta = \text{ca.} \frac{26{,}8}{1822{,}5 \,.\, 14} = \frac{1}{954}.$$

Zu $\delta = \frac{1}{180}$ gehört ein

$$G_{SR} = \frac{26{,}8 \,.\, 180}{14} - 290 = 55 \text{ kg}$$

und

$$G_R = \frac{55}{5^2} = 2{,}2 \text{ kg}.$$

Für den Fall, daß die Zylinder masselos wären, müßte ein Schwungrad von 2,2 kg Kranzgewicht angebracht werden.

Die Siebenzylinder-Umlaufmaschine. (Fig. 32.)

Für die Siebenzylinder-Maschine lassen sich ebenfalls das Arbeits- und das Massenwuchtdiagramm der Sternmaschine unverändert verwerten. Dort fand sich (S. 73)

$$A' - A'' = 11{,}5 \text{ mkg}.$$

Weiterhin kann man ermitteln:

$$20{,}76 \,.\, i \,.\, G_H = 20{,}76 \,.\, 7 \,.\, 2{,}16 = 314 \text{ kg},$$

daher ist

$$\delta' = \frac{11{,}5}{314 \,.\, 10{,}3} = \frac{1}{281}$$

und

$$\delta = \text{ca.} \frac{11{,}5}{1822{,}5 \,.\, 10{,}3} = \frac{1}{1635}.$$

Es soll nochmals darauf hingewiesen werden, daß die vorzüglichen Werte, welche für den Ungleichförmigkeitsgrad bei den letzten 4 Maschinen gefunden wurden, sich in Wirklichkeit noch bedeutend günstiger gestalten. Wir müßten dann alle übrigen mitkreisenden Massen, die mit den Zylindern verbunden sind, ebenfalls in Rechnung ziehen. Bei Flugmaschinen kämen hierfür die Luftschrauben in Betracht.

f) Zusammenstellung der Ergebnisse.

Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen lassen sich am besten an Hand der beifolgenden Zusammenstellungen übersehen und verwerten.

In Tab. 4 ist für jede Maschine das Gewicht G_S des Schwungringes angegeben, der erforderlich ist, um bei 1600 Umdrehungen in der Minute einen Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{180}$ hervorzubringen. Dabei wurde angenommen, daß der Trägheitsradius R des Ringes gleich dem fünffachen Kurbelradius r ist.

Bei den Maschinen mit unbeweglichen Zylindern schwankt G_S zwischen 84 kg (Einzylindermaschine) und 0 kg (Sechzehnzylindermaschine). Während bei den

Reihenmaschinen

zwischen den Zylinderzahlen 1—4 das Schwungradgewicht G_S allmählich abnimmt, fällt es geradezu sprungsweise, wenn die Anzahl der Zylinder von 4 auf 6 erhöht wird. Geht man von der Sechszylinder-Maschine auf die Achtzylinder-Maschine über, dann findet wieder nur eine geringe Abnahme von G_S statt. Dies besagt, daß die Sechszylinder-Maschine von Natur aus ganz besonders begünstigt ist, gleichmäßig zu laufen.

Es bedeutet keinen großen Vorteil, eine Maschine mit 8 Zylindern auszuführen; denn die Ersparnis an Schwunggewicht gegenüber 6 Zylindern beträgt bei unseren Verhältnissen nur 2 kg. Diese Erkenntnis läßt sich aber ohne weiteres auch verallgemeinern. Denn, sollten auch der Ungleichförmigkeitsgrad δ oder die Leistung der Maschine andere sein als jene, die hier der Berechnung zugrunde gelegt sind, so muß die relative Ersparnis stets ungefähr den gleichen Betrag beibehalten, der in der obigen Tabelle verzeichnet ist. Am besten gibt hierüber Gl. 26c Aufschluß. Sieht man von dem ohnehin wenig ins Gewicht fallenden Summanden $G_{KR} + i \cdot G_H \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right)$ ab, der G_S nur um ca. 1 kg zu verkleinern vermag, dann lautet die Gl. 26c

$$G_{SR} = \frac{A' - A''}{\frac{v^2}{g} \cdot \delta} \text{ kg.}$$

Steigt z. B. bei gleichbleibendem δ die Leistung der Achtzylinder-Maschine auf das doppelte, so wird $(A' - A'')$ ungefähr zweimal so groß werden, da der Maßstab des Massenwuchtdiagrammes zu halbieren ist. Zugleich müssen Zylinder und Kurbelradius die Abmessungen wie bei der Vierzylinder-Maschine erhalten, so daß $\frac{v^2}{g}$ von 10,3 auf 16,05 steigt; der neue Wert für G_{SR} wird also $\gamma = \frac{2}{\frac{16{,}05}{10{,}3}} = 1{,}28$ mal größer sein als der alte.

Der Koeffizient γ ergibt sich für die Sechszylinder-Maschine zu

$$\gamma = \frac{2}{\frac{18{,}3}{12{,}1}} = 1{,}32.$$

Die Differenz zwischen den beiden neuen G_S, welche eben die Ersparnis am Schwungradgewicht vorstellt, muß dann auch ca. 1,3 mal größer sein als jene, die sich aus Tab. 4 ergibt.

Wird andererseits ein Ungleichförmigkeitsgrad verlangt, der halb so groß ist als $\frac{1}{180}$, also $\frac{1}{360}$, dann bleiben in der vereinfachten Gl. 26c $(A' - A'')$ und $\frac{v^2}{g}$ erhalten und G_{SR}, somit auch G_S wird doppelt so groß wie zuvor. Bei den

Gabelmaschinen

ist aus der Tab. 4 zu entnehmen, daß die Zweizylinder-Maschine in bezug auf Gleichförmigkeit der Drehung auf gleicher Stufe steht mit der Zweizylinder-Reihenmaschine mit 0° Kurbelwinkel, trotzdem beide in den Zündabständen nicht übereinstimmen. Der Grund liegt hierin, daß bei der Gabelmaschine die hin- und hergehenden Massen weit mehr als gleichmäßiges Schwunggewicht wirken als bei der Reihenmaschine.

Tabelle 4.

Gewicht G_S des Schwungringes [R = 5 r] für $\delta = \frac{1}{180}$.

Zylinder-Zahl	Reihen-Maschinen	Gabel-Maschinen	Stern-Maschinen	Fächer-Maschinen	Umlauf-Maschinen
1	84	—	—	—	Ohne Berücks. der kreisenden Zylind.-Massen
2	Kurbelwinkel 0° 60 K.-W. = 180° 87,84	62,4	88,1	60	103,72
3	33,2	—	33,5	1 K. Z. 68,6 2 K. Z. 33,5	23,68
4	26,5	47,52	—	—	—
5	—	—	13,1	13,1	2,2
6	5,4	—	—	—	—
7	—	—	7,36	7,36	Für $G_S = 0$ $\delta < \frac{1}{180}$
8	3,44	3,68	—	—	—
16	—	0	—	—	—

Die Vierzylinder-Maschine ist wegen ihrer ungleichmäßigen Zündabstände der Reihenmaschine bedeutend unterlegen, trotzdem ihre hin- und hergehenden Massen den Gleichgang fast wie ein Schwungrad beeinflussen.

Die Achtzylinder-Maschine dagegen holt diesen Nachteil wieder ein.

Eine Vermehrung der Zylinderzahl von 8 auf 16 bringt eine Ersparnis an Schwungradgewicht von 3,68 kg, die sicherlich nicht im Verhältnis steht zu der großen Verwickeltheit, den Mehrkosten, der teuren Wartung und Betriebsunsicherheit, welche die vielen Zylinder mit sich bringen.

Die Sternmaschinen

sind nach Tab. 4 den Fächermaschinen im großen und ganzen gleichwertig, sobald sie in den Zündabständen mit diesen übereinstimmen. Das erforderliche Schwungradgewicht sinkt ziemlich gleichmäßig bei steigender Zylinderzahl. Sehr augenfällig tritt bei den beiden Dreizylinder-Fächermaschinen der ungünstige Einfluß ungleicher Zündabstände zutage. Die Maschine mit einem Kurbelzapfen, d. h. mit Zündabständen $300^0 - 120^0 - 300^0$ benötigt 68,6 kg an Schwungmasse, während die genau gleiche Maschine mit 2 Kurbelzapfen, also mit Zündabständen von regelmäßig 240^0, schon mit 33,5 kg auskommt.

Auffallend ist fernerhin, daß trotz der geringen Schwankungen im Arbeitsdiagramm die Siebenzylinder-Maschine ungünstiger arbeitet wie die Sechszylinder-Reihenmaschine. Dieser Fall lehrt, daß es nicht immer absolut ein Vorteil sein muß, wenn die hin- und hergehenden Massen den Gleichgang ausgesprochen „wie ein Schwungrad" beeinflussen. Um gute Gleichförmigkeit des Ganges zu erzielen, ist es richtiger anzustreben, daß die Phasen des Arbeitsdiagrammes mit jenen des Diagrammes der reduzierten Gewichte übereinstimmen.

Verfolgt man diese beiden eben genannten Diagramme in Fig. 26, so fällt es auf, daß in dem Maße, wie der Arbeitsüberschuß wächst, auch die auf den Kurbelzapfen reduzierte Masse zunimmt. In der Gl. 17

$$A = \frac{1}{2} \cdot M_R \cdot v^2 - \frac{1}{2} M_{R0} \cdot v_0^2 \text{ (s. S. 32)}$$

wachsen hier gleichzeitig beide Veränderliche M_R und v, während bei konstant bleibendem M_R die Geschwindigkeit v im erhöhten Maße größer werden muß, um A aufspeichern zu können. Das gleichzeitige Anwachsen bzw. Abnehmen von M_R und v bringt es mit sich, daß die Differenz der Kurbelzapfengeschwindigkeiten verhältnismäßig klein ausfällt, d. h. der Ungleichförmigkeitsgrad günstig wird.

Mit dem allmählichen Aufzehren des Arbeitsüberschusses sinkt auch die Masse wieder auf ihren Anfangswert zurück. Nun trifft es sich

bei der Sechszylinder-Maschine außerdem noch günstig, daß bei 1600 minutlichen Umdrehungen die oben genannten Umstände auch ausgenützt werden können, d. h. daß die Längsachse des Massenwuchtdiagrammes fast mit der unter dem Winkel α gezogenen Linie zusammenfällt, wie Fig. 26 zeigt.

Es wird 2 Drehzahlen geben, eine höhere und eine tiefer liegende, bei denen die Sechs- und die Siebenzylinder-Maschine in bezug auf den Ungleichförmigkeitsgrad gerade gleichwertig sind. Erst wenn diese Drehzahlen überschritten bzw. unterschritten werden, kann die Überlegenheit der letzteren zutage treten. Bei den

Umlaufmaschinen

treten die Massen der kreisenden Zylinder an die Stelle des Schwungrades. Nehmen wir nun für unseren Vergleich die Zylinder als massenlos an, so läßt sich genau wie bei den vorher besprochenen Maschinen ein Schwunggewicht mit dem Trägheitsradius $R = 5\,r$ ausrechnen, welches ein $\delta = \frac{1}{180}$ erzwingt. Diese Betrachtung hat zu Vergleichszwecken Berechtigung, weil sie zeigt, in welcher Weise die nunmehr mitkreisenden hin- und hergehenden Massen auf die Gleichförmigkeit des Ganges wirken. Würden z. B. die Zylinder stillestehen, dann müßten die Ungleichförmigkeitsgrade bzw. Schwunggewichte, welche wir für die Sternmaschinen fanden, auch für die Umlaufmaschinen gelten.

Bei der Zweizylinder-Umlaufmaschine tritt der Einfluß der neuen Bewegung deutlich zutage und zwar wider Erwarten in stark ungünstigem Sinne, so daß statt der 88,1 kg wie bei der gleichwertigen Sternmaschine nunmehr 103,72 kg Schwunggewicht erforderlich sind, wenn die Zylinder massenlos gedacht sind. Dies überraschende Ergebnis läßt sich aber sofort erklären: Zum Arbeitsdiagramm in Fig. 23 gehört das Diagramm der reduzierten Gewichte in Fig. 36. Während beim ersteren die Ordinaten sehr rasch ansteigen, fallen sie gleichzeitig beim letzteren in noch stärkerem Maße, so daß dem steigenden Arbeitsüberschuß eine abnehmende reduzierte Masse gegenübersteht. Dies muß auf alle Fälle starke Schwankungen der Geschwindigkeit, also großes δ zur Folge haben. Die errechneten 103,72 kg sind nun teilweise schon in der Masse der Zylinder vorhanden. Nur der fehlende Rest wäre durch ein Schwungrad aufzubringen.

Mit größer werdender Zylinderzahl steigt der günstige Einfluß des Kreisens der Triebwerksteile ganz bedeutend. Bei der Siebenzylinder-Maschine z. B. ist selbst bei masselos gedachten Zylindern der Ungleichförmigkeitsgrad δ' viel kleiner als $\frac{1}{180}$, während die Sternmaschine immerhin noch ein Schwunggewicht von 7,36 kg benötigt.

Einen weiteren Vergleich der Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen bringt die Tab. 5, welche eine Übersicht enthält, wie groß die Ungleichförmigkeitsgrade werden, wenn die Maschinen ohne Schwungrad laufen. Die Maschinen mit 1 bis 3 Zylindern, ausgenommen die Umlaufmaschinen, sind hierbei außer acht gelassen.

Tabelle 5.

δ, ohne Schwungrad.

Zylinder-Zahl	Reihen-Maschinen	Gabel-Maschinen	Stern-Maschinen	Fächer-Maschinen	Umlauf-Maschinen	
1	—	—	—	—	ohne Berücksichtigung der kreisenden Zylinder-Massen	mit Berücksichtigung der kreisenden Zylinder-Massen
2	—	—	—	—	$\frac{1}{13{,}55}$	ca. $\frac{1}{116{,}5}$
3	—	—	—	—	$\frac{1}{52{,}8}$	ca. $\frac{1}{392}$
4	$\frac{1}{6{,}78}$	$\frac{1}{3{,}11}$	—	—	—	—
5	—	—	$\frac{1}{8{,}4}$	$\frac{1}{8{,}4}$	$\frac{1}{151{,}5}$	ca. $\frac{1}{954}$
6	$\frac{1}{31{,}7}$	—	—	—	—	—
7	—	—	$\frac{1}{15{,}35}$	$\frac{1}{15{,}35}$	$\frac{1}{281}$	ca. $\frac{1}{1635}$
8	$\frac{1}{46{,}5}$	$\frac{1}{37{,}1}$	—	—	—	—
16	—	$\frac{1}{180}$	—	—	—	—

Ähnlich wie bei Tab. 4 zeigt sich auch hier die Überlegenheit der Sechszylinder-Reihenmaschine. Die Sechzehnzylinder-Gabelmaschine läuft, wie angenommen, mit $\delta = \frac{1}{180}$. Aus der Tabelle ist auch der große Vorsprung zu ersehen, den die Umlaufmaschinen vor allen übrigen Zylinderanordnungen in bezug auf Gleichförmigkeit des Ganges besitzen. Rechnet man wieder mit masselos gedachten Zylindern, dann gibt die Zweizylindermaschine schon einen Ungleichförmigkeitsgrad $\delta' = \frac{1}{13{,}55}$, während die Maschine mit 7 Zylindern $\delta' = \frac{1}{281}$ aufweist.

Werden die wirklichen Zylindermassen in Betracht gezogen, dann fällt der Ungleichförmigkeitsgrad von $\delta = \frac{1}{116{,}5}$ bei der Zweizylinder-Maschine auf ca. $\frac{1}{1635}$ bei der Siebenzylindermaschine. Die Dreizylinder-Maschine gibt ein $\delta = \frac{1}{392}$. Bedenkt man nun, daß beim Einbau in ein Flugzeug auch die Masse der Luftschraube als Schwungrad wirkt, so wird der Gleichgang noch bedeutend günstiger.

Dieses Ergebnis hinsichtlich des Gleichganges der Umlaufmaschinen läßt große Zweifel entstehen, ob die Vierzehnzylinder-Umlaufmaschine, die tatsächlich ausgeführt wird, berechtigt ist. Es müssen wohl für die Einführung dieser großen Zylinderzahl andere zwingende Gründe vorhanden sein [1]). Als solche dürften wohl die großen Auflagerdrücke gelten, welche infolge der Coriolisbeschleunigung zwischen Kolben und Zylinderwand auftreten und die Lebensdauer der Zylinder beträchtlich herabmindern. (Näheres hierüber folgt im 2. Abschnitt dieser Arbeit S. 184.)

Die am häufigsten ausgeführte und daher am besten bekannte Maschine ist wohl die Vierzylinder-Reihenmaschine.

Es dürfte zur völligen Beurteilung der Maschinen angezeigt sein, einen Vergleich anzustellen, in welchem Maße der Ungleichförmigkeitsgrad der sonstigen Maschinen mit einer größeren Zylinderzahl sich ändert, sobald sie das gleiche Schwungrad wie die Vierzylinder-Reihenmaschine bei $\delta = \frac{1}{180}$ erhalten. Die Umlaufmaschinen werden im allgemeinen ohne Schwungrad ausgeführt; sie sind deshalb von diesem Vergleich ausgeschlossen.

Bei der Vierzylinder-Gabelmaschine steigt unter dieser Voraussetzung δ_4 auf $\frac{1}{102}$ (Tab. 6). Bei der Sechszylinder-Maschine tritt die Überlegenheit über die Maschinen mit 4, 5 und 7 Zylindern wieder deutlich zutage. Die Sechszehnzylindermaschine würde gar mit einem Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_4 = \frac{1}{4680}$ laufen. Die Steigerungen des Gütegrades infolge geänderter Zylinderzahl und Zylinderanordnung müssen mit den in den Tabellen 4 und 5 gefundenen Ergebnissen gleichen Schritt halten,

---

[1]) Auf der zweiten Internationalen Ausstellung des „Aéronautique 1910“ in Paris war eine Gnômemaschine mit 14 Zylindern, als Verdoppelung der Siebenzylinder-Umlaufmaschine, ausgestellt. Diese Maschine ist jetzt bei Flugzeugen häufig im Gebrauch.

weil in der allgemeinen Formel 26b, S. 38) $\delta = \frac{A' - A''}{G_R \cdot \frac{v^2}{g}}$, welche für die Aufstellung der Tabellen 4, 5 und 6 maßgebend war, die Werte $(A' - A'')$ und $\frac{v^2}{g}$ bei ein und derselben Maschine stets den gleichen Wert behielten.

Tabelle 6.

δ_4 für den Fall, daß alle Maschinen das Schwungrad der Vierzylinder-Maschine erhalten, mit $G_{SR} = 663$ kg.

Wenn R = 5 r, wird $G_S = \frac{663}{5^2} = 26{,}52$ kg.

Zylinder-Zahl	Reihen-Maschinen	Gabel-Maschinen	Stern-Maschinen	Fächer-Maschinen
4	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{102}$	—	—
5	—	—	$\frac{1}{355}$	$\frac{1}{355}$
6	$\frac{1}{762}$	—	—	—
7	—	—	$\frac{1}{610}$	$\frac{1}{610}$
8	$\frac{1}{1073}$	$\frac{1}{1065}$	—	—
16	—	$\frac{1}{4680}$	—	—

Überschlägliche Ermittlung des Ungleichförmigkeitsgrades δ oder des Schwungradgewichtes G_S.

Es ist nicht zu leugnen, daß das oben geschilderte Verfahren zur Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades bei einer Verbrennungsmaschine wohl eine hohe Genauigkeit der erzielten Ergebnisse gewährleistet, daß es aber mit einer gewissen Umständlichkeit behaftet ist. Es verlohnt sich, eine überschlägliche Ermittelung des Ungleichförmigkeitsgrades zu suchen, die, wenn sie auch nicht ganz so genau ist, doch viel schneller zum Ziele führt.

In der Tat läßt sich nun eine einfache Beziehung ableiten zwischen den Werten δ und G_S.

Eine Beziehung zwischen δ und G_S erhalten wir, wenn wir fest-

stellen, welcher Anteil μ der pro Periode eines Arbeitsdiagrammes, das ist pro 2 Umdrehungen, geleisteten Arbeit A_i durch das Schwungrad nach der Verbrauchsstelle zu übermitteln ist.

Die von allen Zylindern während zweier Umdrehungen zu leistende Arbeit A_i beträgt bei 60 PS_e bzw. 75 PS_i und 1600 Umdrehungen in der Minute

$$A_i = \frac{\frac{75 \,.\, 75 \,.\, 60}{1600}}{2} = 422 \text{ mkg}.$$

ein Wert, der gleich der Endordinate aller Arbeitsdiagramme bzw. Widerstandsdiagramme ist. Siehe z. B. Fig. 17. Dort ist die Nullachse des Arbeitsdiagrammes eigentlich die Linie a b. Die Nullachse für den Arbeitsüberschuß ist jedoch a′a, so daß der größte Arbeitsüberschuß

Tabelle 7.

Bruchteil μ der Arbeit pro 2 Umdrehungen, welcher von den bewegten Massen aufgenommen und wieder abgegeben wird.

$$\mu = \frac{A_{max} \text{ mkg}}{422 \text{ mkg}}.$$

Zylinder-Zahl	Reihen-Maschinen	Gabel-Maschinen	Stern-Maschinen	Fächer-Maschinen	Umlauf-Maschinen	Ausfall einer Zündung
1	0,975	—	—	—	—	—
2	K.-W. = 0° 0,382 / K.-W. = 180° 0,66	0,525	0,66	0,382	0,66	—
3	0,197	—	0,197	1 K.-Z. 0,381 / 2 K.-Z. 0,197	0,197	—
4	* 0,1105 / 0,114 { geschr. Kurbeltrieb	0,252	—	—	—	* 0,372
5	—	—	0,0635	0,0635	0,0635	—
6	* 0,0392	—	—	—	—	* 0,200
7	—	—	0,0273	0,0273	0,0273	
8	0,0157	* 0,0157	—	—	—	* 0,123
16	—	0,00203	—	—	—	—

* Die in einer Horizontalreihe stehenden mit * bezeichneten Werte sind vergleichbar.

A_{max} direkt als die höchste Erhebung der A-Linie über die Horizontale hinaus abgemessen werden kann. Sinkt die A-Linie unter die Horizontale, so soll unter A_{max} die Summe der größten positiven und der größten negativen Ordinate verstanden sein.

Der Wert

$$\mu = \frac{A_{max}}{A_i} = \frac{A_{max}}{422}$$

ist für jede Maschinenart, unabhängig von Zylindervolumen bzw. Leistung, eine ihr eigentümlich konstant bleibende Größe, sobald nur immer das normale Indikatordiagramm zustande kommt. Der Beweis hierfür liegt schon in der Art und Weise, wie das Einheits-A-Diagramm bisher angewandt wurde. Es galt für jedes beliebige Zylindervolumen, wenn nur der Ordinatenmaßstab entsprechend geändert wurde.

Die einzelnen Werte von μ sind in Tabelle 7 zusammengetragen. Daß sie noch kein einwandfreies Kriterium für die Beurteilung des Gleichganges abgeben, zeigt z. B. die Tatsache, daß trotz eines ungünstigeren Wertes μ die Sechszylinder-Reihenmaschine der Siebenzylinder-Sternmaschine überlegen ist. Wie wir Seite 91 erkannten, liegt die Ursache hierfür in dem Einfluß der hin- und hergehenden Massen.

Die letzte Reihe der Tabelle 7 soll später erklärt werden.

Derjenige Wert, welcher bei einer bestimmten Drehzahl den richtigen Maßstab für die Güte der Maschine abgibt, ist der Koeffizient:

$$\varepsilon = \frac{A' - A''}{422} \text{ [Tab. 8]}$$

Im Gegensatz zum Werte μ gibt er an, welcher Bruchteil der Arbeit A_i tatsächlich auf die Größe des Schwungrades oder auf die Größe von δ bestimmend einwirkt (s. die Gl. 26b und c).

Bei allen jenen Maschinen, deren hin- und hergehende Massen angenähert oder gänzlich als Schwungrad wirken, nimmt das Massenwuchtdiagramm eine solche Gestalt an, daß $(A' - A'')$ durch die Drehzahl nicht geändert wird. Bei ihnen stimmt A_{max} mit $(A' - A'')$ praktisch stets überein, und somit folgt für sie $\mu = \varepsilon =$ konst.

Daß bei starkem Schwanken der reduzierten Massen große Differenzen zwischen μ und ε auftreten können, zeigt schon der besprochene Fall der Zweizylinder-Umlaufmaschine. Während hier μ den Wert 0,66 annimmt, steigt ε auf 0,952. In etwas milderer Form treten ähnliche Verhältnisse bei den in Tab. 8 zusammengestellten Maschinen zutage. Für diese Maschinen verliert ε seinen Charakter als konstante Größe. Sie sind in Tabelle 8 schon dadurch kenntlich gemacht, daß sie einen Wert ε' zulassen, der den Kleinstwert von ε darstellt.

ε' besagt, daß bei einer bestimmten Drehzahl n' die Wuchtdifferenz $(A' - A'')$ ein Minimum wird.

Tabelle 8.

Bruchteil ε der Arbeit pro 2 Umdrehungen, welcher δ bzw. das Schwungradgewicht bestimmt. (ε' für günstigste Drehzahl.)

$$\varepsilon = \frac{A' - A''}{422}; \quad \left[\varepsilon' = \frac{(A' - A'')\ \text{Min.}}{422}\right]$$

Zylinder Zahl	Reihen-Maschinen	Gabel-Maschinen	Stern-Maschinen	Fächer-Maschinen	Umlauf-Maschinen
1	$\varepsilon = 1{,}152$ $\varepsilon = [0{,}967]$	—	—	—	—
2	K.-W. 0° 0,515 [0,36] K.-W. 180° 0,752 [0,625]	0,535	0,752 [0,625]	0,515 [0,36]	0,952
3	0,206	—	0,206	1 K.-Z. 0,417 2 K.-Z. 0,206	0,203
4	0,146 [0,0359]	0,265	—	—	—
5	—	—	0,0635	0,0635	0,0635
6	0,0261 [0,0221]	—	—	—	—
7	—	—	0,0273	0,0273	0,0273
8	0,01575	0,01575	—	—	—
16	—	0,00203	—	—	—

Tabelle 9.

Änderung des Wertes $\varepsilon = \frac{A' - A''}{422}$ bei verschiedenen Drehzahlen.

Drehzahlen in der Minute		800	1200	1600	2000	2400
Einzylinder-Maschine		0,967	0,985	1,152	1,38	1,665
Zweizylinder-Maschinen	Reihen-Maschine Kurbelwinkel 0°	0,364	0,375	0,515	0,696	0,93
	Reihen-Maschine Kurbelwinkel 180°	0,632	0,625	0,752	0,922	1,15
	Umlauf-Maschine	0,73	0,82	0,952	1,125	1,35
Dreizylinder-Reihen-Maschine		0,2	0,202	0,206	0,212	0,23
Vierzylinder-Maschinen	Reihen-Maschine	0,059	0,049	0,146	0,277	0,445
	Reihen-Maschine mit geschränktem Kurbel-Tr.	0,061	0,0483	0,1465	0,283	0,448
Sechszylinder-Reihen-Maschine		0,032	0,0244	0,0261	0,049	0,076

Hiermit braucht aber das nach der Gleichung 26c zu berechnende Schwungradgewicht nicht auch ein Minimum zu werden, da sich mit der Drehzahl „n" auch die Kurbelzapfengeschwindigkeit v ändert. Um eine Übersicht über die Schwankungen des Wertes ε zu gewinnen, ist er für alle Maschinen, für die nicht $\varepsilon = \mu = \text{konst.}$ gilt, in Tabelle 9 rechnerisch und in Fig. 38 zeichnerisch als Funktion der Drehzahl aufgetragen, und zwar im Bereiche von 800—2400 Umdrehungen in der Minute.

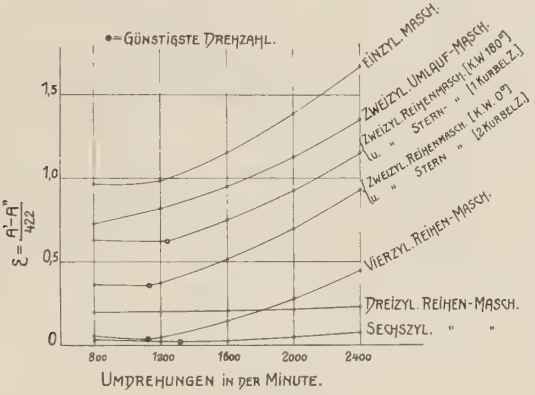


Fig. 38.

Somit lassen sich die Gleichungen 26b und c in eine Form bringen, die für Überschlagsrechnungen genügend genau den Ungleichförmigkeitsgrad δ oder das Schwungradgewicht ermitteln lassen. An Stelle des Zählers (A′ — A″) tritt nun ε . A_i, wobei ε der Fig. 38 zu entnehmen ist, und man erhält

$$\delta = \frac{\varepsilon \,.\, A_i}{(G_{SR} + K) \,.\, \frac{v^2}{g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

und

$$G_{SR} = \frac{\varepsilon \,.\, A_i}{\delta \,.\, \frac{v^2}{g}} - K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32)$$

K stellt hierbei das mittlere auf den Kurbelzapfen reduzierte Gewicht der Triebwerksteile dar und läßt sich nach Tab. 3 für die einzelnen Zylinderanordnungen im Mittel angeben aus

$$K = G_{KR} + i \,.\, G_H \,.\, \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right) \text{ (s. Gl. 26c) zu:}$$

$K \cong 25$ kg für Reihen- und Gabelmaschinen.
$K \cong 18$ kg für Stern- und Fächermaschinen.
$K \cong 270$ kg für Umlaufmaschinen.

G_{SR} bedeutet das auf den Kurbelzapfen bezogene Gewicht des Schwungringes bzw. der kreisenden Zylinder der Umlaufmaschinen.

Ausdrücklich ist zu erwähnen, daß die angegebenen Zahlenwerte der Größen ε und K der Gleichungen 31 und 32 nur für unsere bekannten Maschinen zutreffend sind, welche 60 PS_e bei 1600 Umdrehungen in der Minute leisten. Für andere Leistungen und andere Drehzahlen sind andere Werte ε und K gültig.

Würde man Maschinen untersuchen, die bei 1600 Umdrehungen in der Minute z. B. 100 PS leisten, dann fänden sich etwas geänderte Werte für ε und K. ε müßte sich aus dem Grunde im ungünstigen Sinne ändern, weil durch die größer werdenden Gestängemassen das Massenwuchtdiagramm mehr in die Breite gezogen wird. Dem entgegen wirkt der günstige Umstand, daß zugleich auch die Höhe des Diagrammes größer werden wird, denn die Leistung ist ja gestiegen und brachte eine Vergrößerung aller Ordinaten des Arbeitsdiagrammes. Die Änderung von ε kann somit nur unwesentlich sein, so daß man den Vergleichszahlen, die in den letzten Tabellen zusammengestellt sind, als solchen ganz allgemeine Giltigkeit zusprechen darf.

Man kann sogar noch einen Schritt weitergehen und den Formeln 31 und 32 unter Vernachlässigung der Größe K Allgemeinwert verleihen, wenigstens hinsichtlich der Reihen-, Gabel-, Stern- und Fächermaschinen.

Hier übersteigt K nicht den Betrag von 25 kg. Ist der Schwerpunktradius des Schwungringes fünfmal so groß wie der Kurbelradius, dann macht diese Vernachlässigung am Schwungsradgewicht $25 \cdot \frac{1}{5^2} = 1$ kg aus.

Für Zylinderzahlen von 1 4 genügen die Gl. 31 und 32 dann immer noch den Anforderungen, die eine Überschlagsrechnung an sie stellt.

Tabelle 10 bringt für alle in Betracht kommenden Maschinen die „günstigste Drehzahl", bei welcher, wie wir vorhin schon sahen, ε seinen Kleinstwert ε' annimmt. Der günstigsten Drehzahl entsprechen die Minima der Kurven in Fig. 38.

Die bisherigen Untersuchungen sind angestellt für den Fall, daß alle Zylinder gleichmäßig arbeiten. In Wirklichkeit ist dies nicht völlig zutreffend. Die Arbeitsdiagramme der einzelnen Zylinder werden kleine Unterschiede aufweisen. Um den Einfluß solcher Unterschiede zu zeigen, soll noch geprüft werden, in welcher Weise der Ungleichförmigkeitsgrad beeinflußt wird, wenn ein Zylinder ständig versagt, während in den übrigen Zylindern das normale Indikatordiagramm zustande kommt.

Tabelle 10.

Günstigste Drehzahl der einzelnen Maschinen bezüglich A′—A″.

Zylinder Zahl	Reihen-Maschinen	Gabel-Maschinen	Stern-Maschinen	Fächer-Maschinen	Umlauf-Maschinen
1	$\leq$ 1180	—	—	—	—
2	K.-W. 0° < 1135 K.-W. 180° < 1245	—	$\leq$ 1245	$\leq$ 1135	—
3	—	—	—	—	—
4	1127	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—
6	1320	—	—	—	—
7	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—

g) Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades δ wenn ein Zylinder versagt.

Der Ausfall eines Arbeitsdiagrammes kann sowohl auf ein Versagen der Zündkerze als auch auf ein schlechtes Benzin-Luftgemisch zurück geführt werden.

Der Einfluß einer derart mangelhaften Arbeitsweise auf den Gleichgang möge zunächst an der Vierzylinder-Reihenmaschine (Fig. 39) zahlenmäßig festgelegt werden. Es sei angenommen, daß die Zündung beim Zylinder 3 ausfällt, während alle übrigen Zylinder das normale Diagramm aufweisen sollen. Dann kommt das in Fig. 39 gezeichnete Zündschema zustande und die Zündabstände betragen 180°—180° und 360°, während sie zuvor stets 180° waren.

Dieser abgeänderte Arbeitsvorgang beeinflußt das Diagramm der reduzierten Gewichte nicht. Es wurde daher auch gar nicht mehr gezeichnet, sondern die Abszissen für die einzelne Punkte des Massenwuchtdiagrammes wurden aus Fig. 25 übernommen.

Eine durchgreifende Änderung tritt nur beim Arbeitsdiagramm ein. Vor allem ist die Vierzylindermaschine jetzt nicht mehr imstande, 60 PS_e zu leisten. Würde die Flügelstange des Zylinders 3 abgekuppelt werden, so wäre die Leistung der Maschine $60 \cdot {}^3/_4 = 45\ PS_e$. Bei der unveränderten Maschine ist sie in Wirklichkeit etwas geringer, da beim Saug- und Auspuffhub der Zylinder 3 Arbeit verbraucht. Das Diagramm des Zylinders 3 setzt sich zusammen aus (siehe Fig. 15)

1. der Sauglinie S,
2. der Verdichtungslinie V,

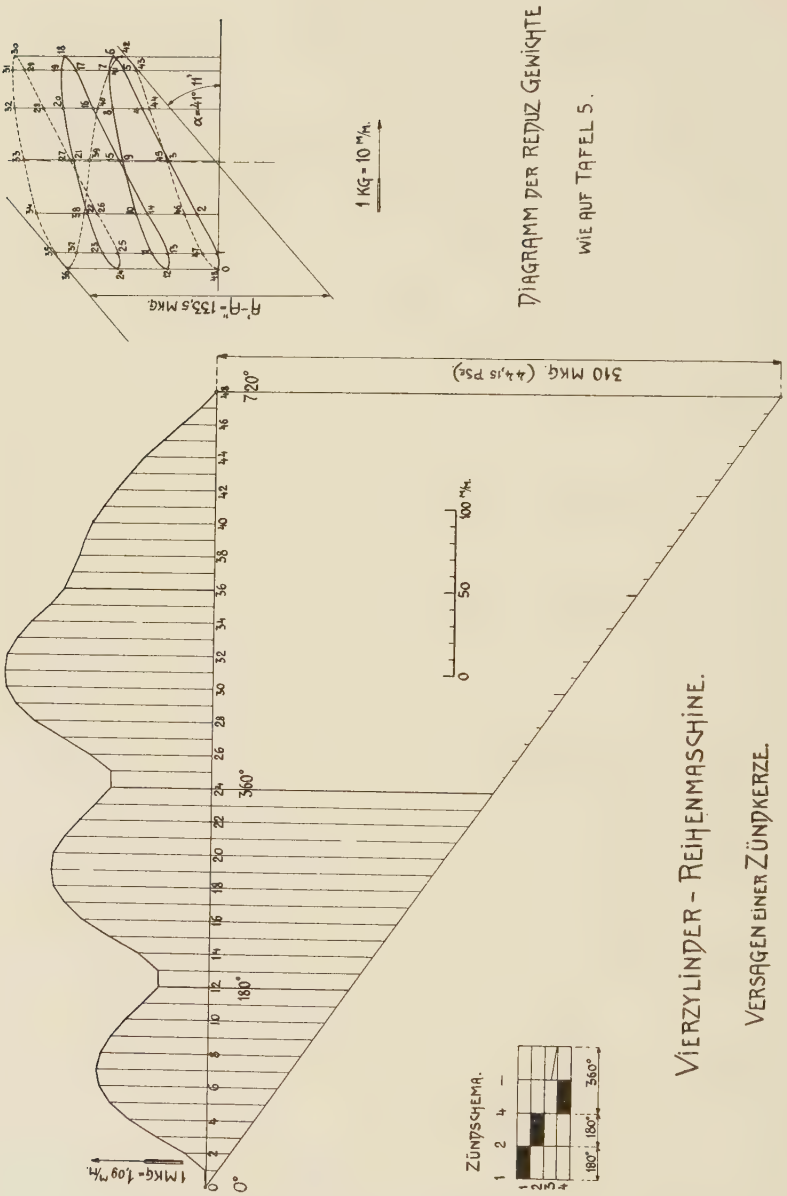


Fig. 39.

3. der Expansionslinie, welche mit der Linie V zusammenfällt und
4. der Auspufflinie A.

Für diese 4 Hübe ist in Fig. 16 eine A_P'-Linie gezeichnet. Beginnt man mit dem Expansionshub, so steigt die Arbeitslinie zuerst an, sinkt

von Punkt 12 ab langsam, um zu Ende der Periode, nach dem Verdichtungshube auf den Wert $A_P' = -3.6$ mkg indizierter Arbeit zu fallen.

Nun ist zu erinnern, daß Fig. 16 für den Einheitszylinder gilt. Bei der Vierzylinder-Maschine legt der Kolben während eines Hinganges jedoch 1,67 Liter frei. Somit zehrt der Zylinder 3 während einer Periode $1{,}67 \cdot 3{,}6 = 6$ mkg auf.

Normal würden die vier Zylinder 60 PS_e leisten, entsprechend einer indizierten Arbeit von 422 mkg pro Periode. Auf 3 Zylinder entfallen $422 \cdot \frac{3}{4} = 316$ mkg. Für Zylinder 3 sind in Abzug zu bringen 6 mkg, so daß die verfügbare Arbeit während zweier Umdrehungen 310 mkg beträgt. Sie entspricht einer Effektivleistung von $60 \cdot \frac{310}{422} = 44{,}15$ PS_e.

Auf Grund des Arbeitsmaßstabes für die Vierzylinder-Maschine: 1 mkg = 1,09 mm (Fig. 25) errechnet sich die Schlußordinate des Arbeitsdiagrammes in Fig. 39 zu 310 mkg . 1,09 mm/mkg = 338,5 mm.

Die einzelnen A_P-Linien der Fig. 16 sind derart zu addieren, daß für Zylinder 1 der Koordinatenanfangspunkt der gezeichnete bleibt. Für Zylinder 2 rückt er an den Endpunkt der Ordinate 12 (540°) und für Zylinder 4 nach Punkt 24 (360°). Für Zylinder 3 kommt die A_P'-Linie in Betracht mit dem Koordinatenanfangspunkt bei Ordinate 12 (180°). Als endgültiges Arbeitsdiagramm findet sich die in Fig. 39 gezeichnete Linie, an der deutlich die 3 Explosionshübe wahrzunehmen sind. Sie steigern den Arbeitsvorrat derart, daß die Maschine imstande ist, auch während des 4. Hubes den Beharrungszustand aufrecht zu erhalten. Der Wert μ, welcher bei gut arbeitender Maschine 0,1225 betrug, steigt nun auf $\mu = 0{,}372$ an (siehe Tab. 7, letzte Reihe).

Das Massenwuchtdiagramm umfaßt genau wie das Arbeitsdiagramm 4 Hübe. Die Tangenten unter 41° 11′ (Tab. 3) schneiden eine Arbeitsdifferenz aus von $A' - A'' = 133{,}5$ mkg. Die reduzierten Gewichte G_R bei der Vierzylinder-Maschine wurden gefunden zu

$$\begin{aligned} G_{SR} &= 663 \text{ kg} \\ G_{KR} &= 20{,}4 \text{ kg} \\ 4 \cdot G_H \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8}\right) &= 6{,}47 \text{ kg} \\ \hline G_R &= 689{,}87 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Hiermit berechnet sich der neue Ungleichförmigkeitsgrad zu

$$\delta' = \frac{A' - A''}{G_R \cdot \frac{v^2}{g}} = \frac{133{,}5}{689{,}87 \cdot 16{,}05} = \frac{1}{83}$$

gegenüber $\frac{1}{180}$ bei der richtig arbeitenden Maschine. Er steigt also auf das $\varkappa = \frac{133{,}5}{61{,}5} = 2{,}17$ fache seines ursprünglichen Wertes. Um einen Vergleich zu ermöglichen, auf welche Gütestufe die Maschine sinkt, soll auch hier dasjenige Schwungradgewicht ermittelt werden, durch welches $\delta = \frac{1}{180}$ erreicht wird. Es folgt aus

$$G_{SR} = \frac{133{,}5 \,.\, 180}{16{,}05} - 26{,}87 = 1470 \text{ kg}$$

zu

$$G_S = \frac{1470}{25} = 58{,}8 \text{ kg}.$$

Die richtig arbeitende Maschine erforderte $G_S = 26{,}5$ kg, so daß der Ausfall einer Zündung hinsichtlich des Ungleichförmigkeitsgrades nur durch ein Schwungrad-Mehrgewicht von 32,3 kg ausgeglichen werden kann, d. h. das Schwunggewicht ist auf das 2,22 fache des normalen Wertes zu steigern. Somit sinkt bei Ausfall der Zündung in einem Zylinder die 4-Zylinder-Maschine hinsichtlich des Gleichganges fast auf die Stufe der richtig arbeitenden Zweizylinder-Maschine, denn letztere benötigt zu $\delta = \frac{1}{180}$ ein Schwungradgewicht $G_S = 60$ kg.

Noch viel überraschendere Ergebnisse liefern die Sechs- und die Achtzylinder-Maschine, sobald bei ihnen eine Zündung versagt.

Die Sechszylinder-Reihenmaschine beim Versagen einer Zündkerze. (Fig. 40.)

Es sei angenommen, daß in einem beliebigen Zylinder, z. B. in 3, kein Arbeitsdiagramm zustande komme. Dann geht das normale Zündschema in Fig. 26 in jenes in Fig. 40 über. Während die Zündabstände stets 120° betragen, steigen sie zwischen Zylinder 1 und 5 auf das Doppelte. Addiert man nun in der bekannten Weise die A_P-Linien mit der A_P'-Linie für Zylinder 3, so führen sie zu dem gezeichneten Arbeitsdiagramm, welches ganz erheblich größere Ordinaten aufweist wie das für den normalen Arbeitsvorgang gezeichnete Diagramm. Hier tritt wie zuvor bei der Vierzylinder-Maschine zutage, daß durch das Wegfallen dieser einen Zündung die Gleichmäßigkeit des Arbeitsdiagrammes innerhalb zweier Umdrehungen vollständig aufgehoben wird. Die frühere Periodizität mit 120° verwandelt sich in eine solche mit 720°, so daß das Massenwuchtdiagramm statt über 8 Teilpunkte

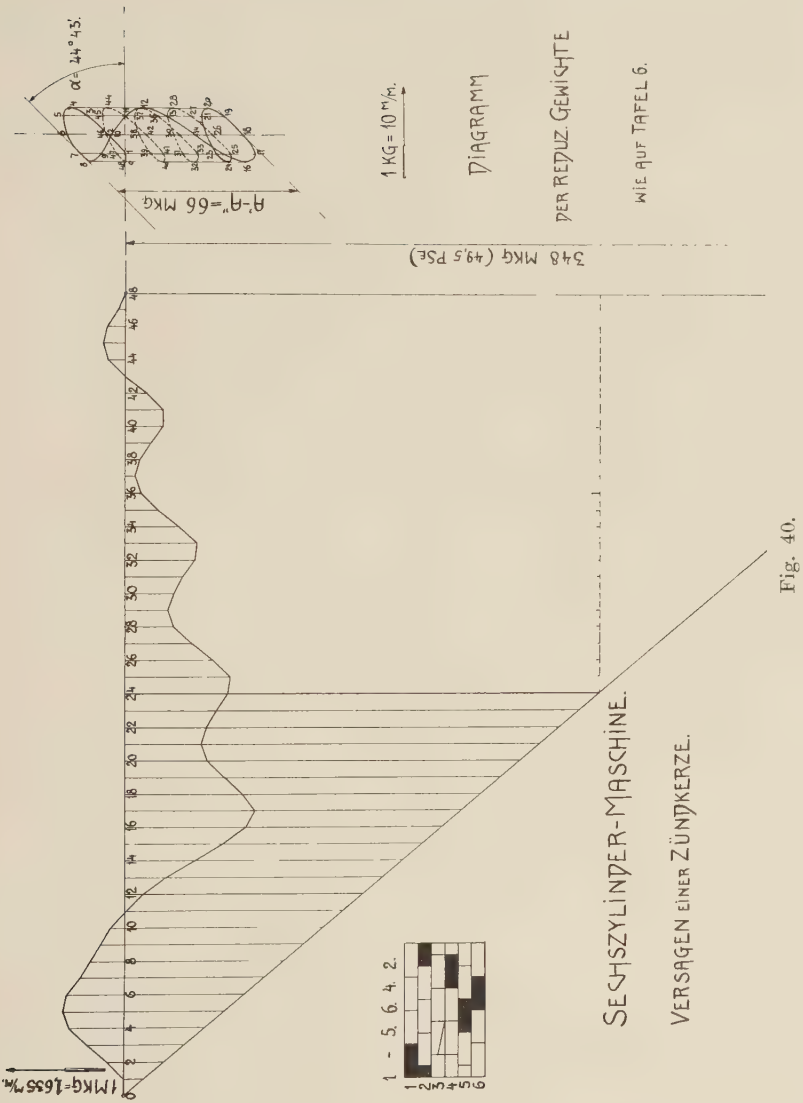


Fig. 40.

sich über 48 erstreckt. Die einzelnen Abszissen für letzteres sind Fig. 26 entnommen. Die Endordinate des Arbeitsdiagrammes bestimmt sich wie folgt:

Auf 5 Zylinder treffen $^5/_6$. 422 mkg = ...	352 mkg
Bei einem Hubvolumen von 1,11 Liter verzehrt Zylinder 3 pro 2 Umdrehungen 1,11 . 3,6 = ...	4 „
Somit bleibt als positive Arbeit pro Periode	348 mkg

Die auf Grund des Arbeitsmaßstabes 1 mkg = 1,635 mm durch eine Strecke von 348 . 1,635 = 569 mm dargestellt werden. Statt 60 PS_e leistet die Maschine nunmehr $60 \cdot \frac{348}{422} = 49{,}5\ PS_e$. Der Koeffizient μ steigt hier von 0,0392 auf $\mu = 0.2$, d. i. auf das 5,13 fache seines normalen Wertes.

Die unter dem bekannten Winkel $44^0\,43'$ (Tab. 3) an das Massenwuchtdiagramm gelegten Tangenten schneiden die Arbeitsgröße aus $A' - A'' = 66$ mkg.

Die richtig arbeitende Maschine ergab hierfür 11 mkg.

Der Ungleichförmigkeitsgrad steigt hiermit von

$$\delta = \frac{1}{180} \text{ auf } \delta' = \frac{66}{180 \cdot 11} = \frac{1}{30}, \quad \text{d. h. } \varkappa = \frac{66}{11} = 6.$$

Setzt man nun den Fall, daß die Sechszylinder-Maschine mit dem gleichen Schwungrad ausgestattet würde, das die Vierzylinder-Reihenmaschine bei $\delta = \frac{1}{180}$ besitzt, nämlich $G_{SR} = 663$ kg, dann erhalten wir nach S. 60 für die normal arbeitende Maschine den Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta_4 = \frac{11}{691{,}81 \cdot 12{,}1} = \frac{1}{762}.$$

Beim Versagen eines Zylinders steigt dieser Wert auf den sechsfachen Betrag, also

$$\delta_4' = \frac{1}{127}.$$

Bei der Vierzylinder-Maschine ging dieser Sprung nur von $\delta = \frac{1}{180}$ auf $\delta' = \frac{1}{83}$.

Die Achtzylinder-Gabelmaschine beim Versagen einer Zündkerze. (Fig. 41.)

Bei der Achtzylinder-Maschine sind Reihen- und Gabelanordnung in bezug auf die Gleichmäßigkeit des Ganges fast völlig gleichwertig. Es soll daher nur die am häufigsten vorkommende Gabelmaschine hinsichtlich ihres Verhaltens beim Versagen einer Zündkerze untersucht werden.

Der Fehler liege im Zylinder 3′ (Fig. 27), so daß sich das Zündschema, das in Fig. 41 gezeichnet ist, einstellt. In der dort ein-

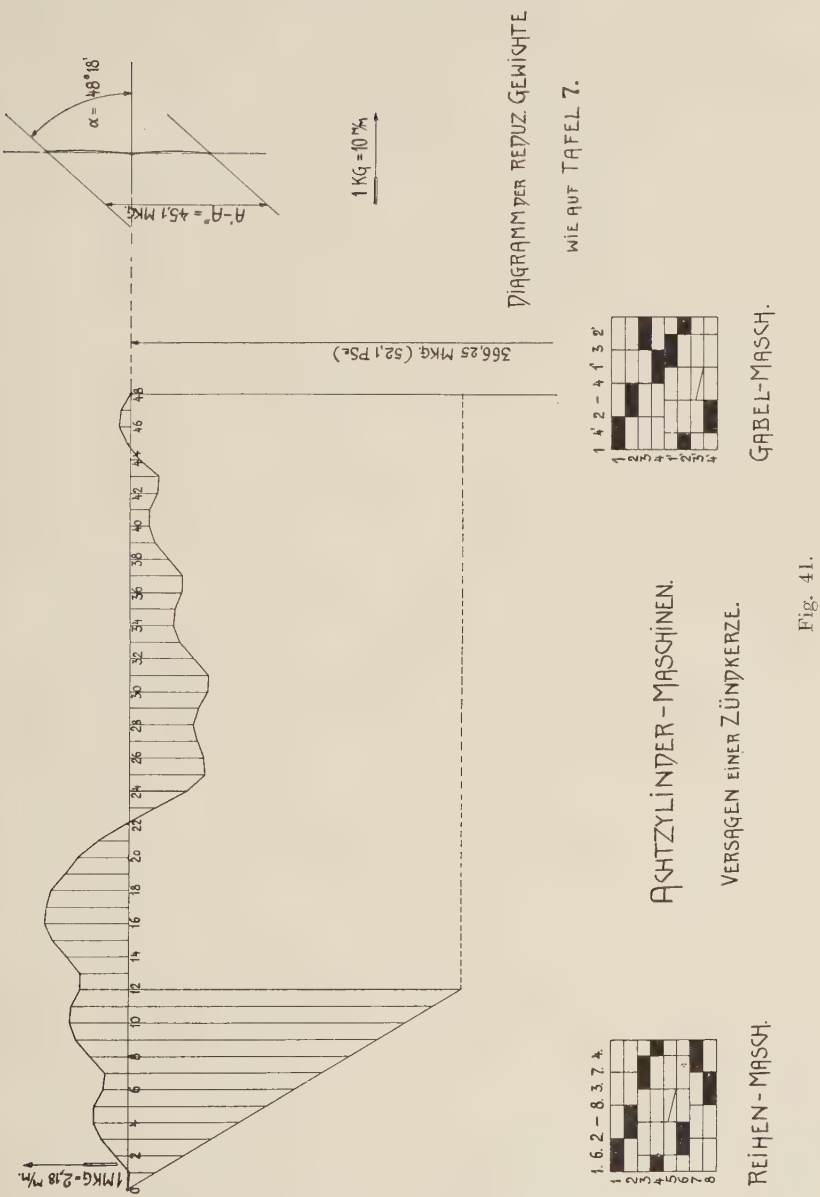


Fig. 41.

geschriebenen Reihenfolge sind 7 A_P-Linien zu der A_P'-Linie des Zylinders 3′ zu addieren. Sie ergeben das gezeichnete Arbeitsdiagramm, welches sich von dem normalen in Fig. 27 erheblich unterscheidet. Seine Endordinate findet sich wie folgt:

Auf 7 Zylinder treffen $^7/_8 \cdot 422 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ 369 mkg
und auf Zylinder 3′ bei 0,835 L. Hubvol. — 0,835 . 3.6 $= -3$ „
Es bleiben somit $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 366 mkg,

denen eine Strecke von 366 . 2,18 = 799 mm entspricht.

Die Leistung der Maschine fällt von 60 PS_e auf $60 \cdot \frac{366}{422} = 52\ PS_e$.

Durch den Ausfall der einen Zündung steigt μ von 0,0157 auf $\mu = 0{,}123$, d. i. das $\varkappa = \frac{0{,}123}{0{,}0157} = 7{,}83$ fache des ursprünglichen Wertes.

Das Massenwuchtdiagramm erstreckt sich, bedingt durch das Arbeitsdiagramm, über 48 Teilpunkte. Von diesen sind jedoch in Fig. 41 nur der Nullpunkt sowie der höchste und der tiefste Punkt eingetragen. Im übrigen ist das Diagramm durch 2 Linien ersetzt.

Mit Hilfe der Tangenten unter $48^0\,18'$ erhält man $A' - A'' = 45.1$ mkg, gegenüber 6,65 mkg bei der mit allen 8 Zylindern arbeitenden Maschine. Daher steigt der Ungleichförmigkeitsgrad von $\delta = \frac{1}{180}$ auf

$$\delta' = \frac{45{,}1}{180 \cdot 6{,}65} = \frac{1}{26{,}5}.$$

d. h. er wird noch größer als bei der Sechszylinder-Maschine.

Würde man auch der Achtzylinder-Maschine das Schwungrad der Vierzylinder-Reihenmaschine geben mit $G_{SR} = 663$ kg, so erhielte man, wie wir auch schon S. 68 sahen,

$$G_R = 663 + 16{,}15 + 7{,}8 = 686{,}95 \text{ kg}$$

und für richtiges Arbeiten, d. h. bei $A' - A'' = 6{,}65$ mkg

$$\delta_4 = \frac{6{,}65}{686{,}95 \cdot 10{,}3} = \frac{1}{1065}.$$

Beim Versagen einer Zündkerze würde somit dieser Wert auf das $\varkappa = \frac{45{,}1}{6{,}65} = 6{,}78$fache steigen, so daß sich δ_4' zu $\delta_4' = \frac{6{,}78}{1065} = \frac{1}{157}$ ergibt.

In Tab. 11 sind die zahlenmäßigen Ergebnisse dieser Untersuchung über mangelhaft arbeitende Maschinen zusammengestellt. Die Zahlen beweisen, daß die Sechs- und die Achtzylinder-Maschinen, die bei richtigem Arbeiten als vorzüglich erscheinen, etwa 3 mal mehr an Güte einbüßen als die Vierzylinder-Maschine, sobald ein einziger Zylinder versagt. Für die Maschinen mit 5 und 7 Zylindern sind ähnliche Enttäuschungen zu erwarten.

Tabelle 11.

Änderungen von „δ“ beim Versagen einer Zündkerze.

Zylinder-Zahl	Sind alle Maschinen mit einem Schwungrad für $\delta = {}^1/_{180}$ ausgerüstet, dann beträgt:		Erhalten alle Maschinen das Schwungrad der Vierzylinder-Maschine mit $G_s = 26{,}5$ kg, dann beträgt:		$z = \frac{\delta'}{\delta} = \frac{\delta_4'}{\delta_4}$
	bei richtigem Arbeiten δ	beim Versagen 1 Zündkerze δ'	bei richtigem Arbeiten δ_4	beim Versagen 1 Zündkerze δ_4'	
4	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{83}$	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{83}$	2,17
6	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{762}$	$\frac{1}{127}$	6,0
8 Gabel-M.	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{26{,}5}$	$\frac{1}{1065}$	$\frac{1}{157}$	6,78

Die Änderungen des Wertes μ beim Ausfall einer Zündung sind in der letzten Reihe der Tabelle 7 eingetragen. Die beiden Sterne in den gleichen Horizontalreihen bedeuten, daß diese beiden Zahlen miteinander zu vergleichen sind.

Es ist eine bekannte Tatsache, daß man eine Maschine um so schwerer im Stande zu halten vermag, je verwickelter sie in ihren Einzelheiten und je größer die Zahl ihrer Zylinder ist. Darum liegt bei 5, 6, 7 und mehr Zylindern die Gefahr, daß eine Zündung in Unordnung gerät, weit näher als bei 4 oder 3 Zylindern.

Weiterhin gerät infolge der rasch aufeinander folgenden Saugperioden das angesaugte Luftgemisch in heftige Schwingungen, die es selbst bei 4 Zylindern schon recht schwierig gestalten, die Länge der einzelnen Saugleitungen vom Vergaser zu den Zylindern derart abzustimmen, daß für alle Zylinder die Menge und Güte des angesaugten Brennstoffgemisches die gleiche ist. Dieser Übelstand bringt häufig ungleiche Indikatordiagramme, welche ihrerseits den gleichmäßigen Gang der Kurbelwelle stark im ungünstigen Sinne beeinflussen.

Will man einen sehr guten Ungleichförmigkeitsgrad, so erscheint es im Interesse der Sicherheit günstiger, eine Maschine mit wenig Zylindern und einem etwas schwereren Schwungrad zu wählen als eine vielzylindrige Maschine, bei der die Schwungmassen gerade für den vorgeschriebenen Ungleichförmigkeitsgrad ausreichen.

Ein Übelstand ist hierbei allerdings in Kauf zu nehmen: Bei der Maschine mit geringer Zylinderzahl sinkt die Leistung verhältnismäßig stark, sobald ein Zylinder nicht in Ordnung ist.

Alle bisher betrachteten Maschinen zeigen in ihrem Kurbeltrieb die altgewohnte Anordnung, daß die Verlängerung der Zylinderachse durch das Kurbelwellen-Mittel geht.

Einzelne Konstrukteure wichen von dieser Anordnung insofern etwas ab, als sie das Wellenmittel um einen gewissen, wenn auch kleinen Betrag von der verlängerten Zylinderachse entfernten (siehe Fig. 42). Auf diese Weise entstand der geschränkte Kurbeltrieb.

Da in der Literatur über die Schränkung des Kurbeltriebes sehr wenig zu finden ist, soll sie der Wissenschaft und Vollständigkeit halber hier behandelt werden. Wir wollen insbesondere zahlenmäßig feststellen, in welchem Maße die in der Praxis übliche Schränkung den Gleichgang und die freien Massenkräfte der Maschinen beeinflussen.

h) Der geschränkte Kurbeltrieb.

Der geschränkte Kurbeltrieb (siehe Fig. 42) bietet gegenüber dem normalen Kurbeltrieb den Vorteil, daß der Seitendruck $N = P \cdot \operatorname{tg} \beta$, welchen die Kolbenfläche beim Explosionshub auf die Zylinderwand ausübt, verringert wird, weil während des Explosionshubes bei gleichem Kurbeldrehwinkel α der Winkel β kleiner ausfällt als bei normalem Kurbeltrieb. Hierdurch sinkt die Reibung, und der mechanische Wirkungsgrad der Maschine wird besser.

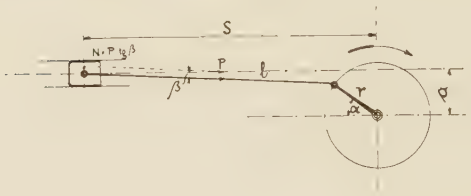


Fig. 42.

In seinem Aufsatze „Konstruktionsprinzipien der Motoren für Flugapparate" (Zeitschr. f. Flugtechnik und Motorluftschiffahrt 1910, Heft 1 und 2, S. 15) teilt Vorreiter mit, daß die Schränkung am günstigsten ist, wenn sie $^1/_8$ des Hubes beträgt, und daß hierbei unter sonst gleichen Umständen eine Maschine mit 6 Zylindern ca. 2 % Mehrleistung gibt.

Um die bisher durchgeführten Untersuchungen zu vervollständigen, soll noch ermittelt werden, welchen Einfluß die Schränkung auf den Gleichgang der Kurbelwelle ausübt. Die Untersuchung soll sich auf die meist bekannte Maschine, die Vierzylinder-Reihenmaschine, beschränken, deren oben bereits angegebene Abmessungen vollständig beibehalten werden sollen. Von dieser Maschine können wir dann auf alle übrigen schließen.

Der einzuschlagende Weg ist genau der gleiche wie zuvor. Der Reihe nach müssen das Arbeitsdiagramm, das Diagramm der reduzierten Gewichte und das Massenwuchtdiagramm ermittelt werden.

Legt man wieder das Indikatordiagramm der Fig. 1 zugrunde, dann wird die A_P-Linie der Fig. 15 auch für den geschränkten Antrieb ihre Gültigkeit behalten. Bei der in der Praxis üblichen Schränkung $a = \frac{r}{4}$ ist die Vergrößerung des Kolbenhubes so gering und der Kurbeldrehwinkel, der erforderlich ist, um aus der senkrechten Stellung der Kurbel bis zur Kolbentotlage zu gelangen, so verschwindend klein, daß ein Einfluß der Schränkung auf die A_P-Linie nicht nachweisbar ist. Wickelt man aber den Kurbelkreis ab und trägt hierüber die Ordinaten der A_P-Line auf, so erhält man nicht die Fig. 16, sondern die allerdings wenig geänderte Fig. 43, und zwar deshalb, weil zu den einzelnen Punkten des Kurbelkreises andere Kolbenstellungen gehören als beim normalen Antrieb. In den Endordinaten stimmen die Fig. 16 und 43 wieder überein.

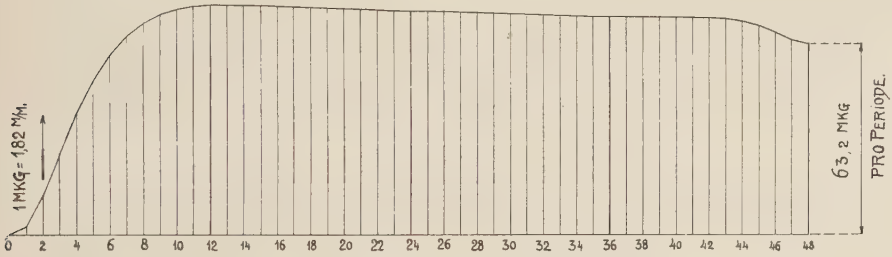


Fig. 43.

Addiert man, nachdem man 3 weitere Koordinatensysteme in den Punkten 12, 24 und 36 (Fig. 36) eingezeichnet hat, 4 dieser neuen A_P-Linien, so führen sie zu dem Arbeitsdiagramm in Fig. 44, dessen einzelne Ordinaten sich gegenüber dem Diagramm für den normalen Antrieb ganz unwesentlich änderten.

Größere Änderungen scheinen beim Diagramm der reduzierten Gewichte zu erwarten zu sein, da die neue Kolbengeschwindigkeit c in der zweiten Potenz zum Ausdruck kommt. Stets gilt ja die Beziehung

$$M_R = M \left(\frac{c}{v}\right)^2,$$

wenn wir unter v auch hier die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens verstehen.

Zur Bestimmung des Quotienten $\left(\frac{c}{v}\right)^2$ für das geschränkte Getriebe ist zuerst eine Beziehung zwischen dem Kolbenweg s und dem Kurbeldrehwinkel α aufzusuchen. In Fig. 42 bedeutet

r den Kurbelradius,
l die Länge der Flügelstange und
a die Schränkung des Getriebes, d. h. jenen Betrag, um welchen das Kurbelmittel gegen die Achse des Zylinders versetzt ist.

Es sei auch hier das Flügelstangenverhältnis $\lambda = \frac{r}{l} = \frac{1}{4{,}5}$ gültig. Nun lassen sich folgende Grundgleichungen aufstellen:

$$r \cdot \sin \alpha + l \cdot \sin \beta = a \quad \ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

$$r \cdot \cos \alpha + l \cdot \cos \beta = s \quad \ldots\ldots\ldots \quad 34)$$

Aus Gl. 33 findet man $\sin \beta = \frac{a - r \cdot \sin \alpha}{l}$

ferner

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{a - r \cdot \sin \alpha}{l}\right)^2}$$

und nach dem binomischen Lehrsatz:

$$\cos \beta = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a - r \cdot \sin \alpha}{l}\right)^2 + \ldots\ldots \quad 35)$$

Die Entwicklung darf mit dem zweiten Gliede abgebrochen werden, sobald $\frac{a - r \cdot \sin \alpha}{l}$ klein ist.

Nun gelte für unsere Maschine: $a = \frac{r}{4}$; dann geht $\frac{a - r \cdot \sin \alpha}{l}$ über in $\frac{r}{l}(0{,}25 - \sin \alpha)$, was für $\alpha = 270^0$ als Höchstwert $\frac{r}{l} \cdot 1{,}25$ ergibt.

Schon das zweite Glied der Gl. 35 nimmt dann im ungünstigsten Falle den Wert $\frac{1}{2}\left(\frac{1{,}25}{4{,}5}\right)^2 = 0.0385$ an, das sind 3,85 % vom ersten Gliede. Angesichts dieser verschwindenden Größe dürfte es wohl zulässig sein, die oben angeschriebene rechte Seite der Gl. 35 als genügend genau anzusehen.

Vereinigt man die Gl. 35 und 34, so folgt

$$s = r \cdot \cos \alpha + l - \frac{1}{2 \cdot l} \cdot (a - r \sin \alpha)^2$$

$$= l - \frac{a^2}{2 \cdot l} - \frac{r^2}{4 \cdot l} + r \cdot \cos \alpha + \frac{a \cdot r}{l} \sin \alpha + \frac{r^2}{4 l} \cdot \cos 2 \alpha \; . \quad 36)$$

Setzt man in dieser Gleichung die Schränkung $a = 0$, dann gelangt man nach einer kleinen Umformung wieder zu der Gleichung 28 für den normalen Kurbeltrieb.

Durch Differentiieren von s nach der Zeit t erhält man die Funktion, welche die Kolbengeschwindigkeit c ausdrückt. Es ist

$$c = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \frac{ds}{d\alpha} \cdot \omega$$

(wenn mit $\frac{d\alpha}{dt} = \omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$ die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet wird). Aus Gl. 36 folgt:

$$c = \omega \cdot \left[-r \cdot \sin\alpha + \frac{a \cdot r}{l} \cdot \cos\alpha - \frac{r^2}{2 \cdot l} \cdot \sin 2\alpha \right]$$

und

$$\frac{c}{v} = \frac{c}{r \cdot \omega} = -\sin\alpha + \frac{a}{l} \cdot \cos\alpha - \frac{r}{2 \cdot l} \cdot \sin 2\alpha$$

sowie

$$\left(\frac{c}{v}\right)^2 = \sin^2\alpha - \frac{2a}{l} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \frac{a^2}{l^2} \cdot \cos^2\alpha + \frac{r}{l} \cdot \sin\alpha \cdot \sin 2\alpha -$$

$$- \frac{a \cdot r}{l^2} \cdot \cos\alpha \cdot \sin 2\alpha + \frac{r^2}{4 \cdot l^2} \cdot \sin^2 2\alpha.$$

Entwickelt man die rechte Seite nach Art einer Fourierschen Reihe, dann geht die Gleichung über in

$$\left(\frac{c}{v}\right)^2 = \left.\begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{a^2}{2 \cdot l^2} \\ + \frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{a}{l} \cdot \sin\alpha \quad \ldots\ldots \text{I} \\ - \left(\frac{1}{2} - \frac{a^2}{2 \cdot l^2}\right) \cdot \cos 2\alpha - \frac{a}{l} \cdot \sin 2\alpha \quad \ldots \text{II} \\ - \frac{\lambda}{2} \cdot \cos 3\alpha - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{a}{l} \cdot \sin 3\alpha \quad \ldots\ldots \text{III} \\ - \frac{\lambda^2}{8} \cdot \cos 4\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV} \end{array}\right\} \ldots 37)$$

Wird hierin a = 0 gesetzt, dann geht die rechte Seite in jene der Gleichung 11 für normalen Kurbeltrieb über. Nun ist

$$G_{HR} = G_H \cdot \left(\frac{c}{v}\right)^2$$

Wir unterscheiden somit für das Aufzeichnen der Linie der reduzierten Gewichte wieder ein konstantes Glied, das hier aus drei Summanden be-

steht, und 4 Kosinuslinien, von den sich I, II und III gegenüber den früher gefundenen, auf S. 25 angeschriebenen Werten geändert haben, während IV unverändert blieb. Die Schwingungen I, II und III erleiden sowohl eine Phasenverschiebung als auch eine Änderung bezügl. ihrer größten Ausschläge, denn ihre Drehstrecken setzen sich aus zwei aufeinander senkrecht stehenden Komponenten zusammen. Dies tritt am klarsten zutage, wenn wir z. B. den Ausdruck für I aus Gl. 37 etwas umformen. Er läßt sich schreiben

$$\frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{a}{l} \cdot \sin\alpha = \frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{a}{l} \cdot \cos(\alpha + 90^0).$$

Für $\alpha = 0^0$ erhalten wir die 2 Drehstrecken $\frac{\lambda}{2}$ und $\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{a}{l}$, letztere um einen Winkel von 90^0 gedreht gegenüber $\frac{\lambda}{2}$.

Der Absolutwert für die Drehstrecke I bestimmt sich bei i Zylindern genau wie früher (S. 44) zu:

$$\text{I} \quad . \quad . \quad = G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} \left[\frac{\lambda}{2} \cdot \cos\alpha - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{a}{l} \cdot \sin\alpha \right],$$

nur setzt er sich aus den 2 Gliedern

$$\frac{\lambda}{2} \cdot G_H \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\cos\alpha] \text{ und } - G_H \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{\lambda}{2} \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\sin\alpha]$$

zusammen, deren Drehstrecken wir als aufeinander senkrecht stehend erkennen. Die Resultierende beider Glieder erst legt der Größe und Richtung nach die Drehstrecke I fest.

Die Richtung der ersten Komponente bestimmt sich z. B. bei i = 1 nach der Überlegung, daß bei $\alpha = 0$ somit $\cos\alpha = 1$ die reduzierten Gewichte um den Absolutbetrag dieser Komponente vergrößert werden. Zugleich verschwindet hierbei die zweite Komponente, da $\sin 0^0 = 0$ ist. Bei $\alpha = 90^0$ nimmt die zweite Komponente ihren negativen Höchstwert an. Dies besagt, daß sie der ersten Komponente um 90^0 voreilt. Ähnliches gilt für II und III.

Auf diese Weise entsteht in Fig. 44 das Schema I. Entwickelt man hieraus in der bekannten Weise, die auf Seite 52 besprochen wurde, die Figuren II und III, so kommt man zu den eingezeichneten Ergebnissen. Sie besagen, daß die Drehstrecken I und III wegfallen, denn die geometrische Addition ihrer Hilfsdrehstrecken führt zu den Resultierenden Null. Ehe wir uns weiter mit Fig. 44 beschäftigen, sollen noch einige allgemeine Betrachtungen an Gleichung 37 angeknüpft werden.

Beim geschränkten Kurbeltrieb ergab sich der günstigste Wert der Schränkung zu

$$a = \text{ca.}\,\frac{1}{8}\,\text{des Hubes} = \text{ca.}\,\frac{r}{4}\,.$$

Dies wäre bei der Vierzylinder-Maschine mit r = 75 mm:

$$a = \frac{75}{4} = \sim 18\text{ mm}.$$

Die Länge der Schubstange beträgt $l = 338$ mm (siehe Tab. 1). Hiernach ergibt sich der Absolutwert des zweiten Gliedes von I (der Gl. 37) zu

$$\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{18}{338} = 0{,}0533\,.\,\frac{\lambda}{2},$$

d. s. 5,33 % des ersten Gliedes, welches beim normalen Kurbeltrieb allein auftrat. Diese 5,33 % vermögen die Schwingung I für normalen Antrieb, sowohl der Größe als der Phase nach, nur ganz unbedeutend zu ändern.

Ähnlich wird das Ergebnis bei der Schwingung II. Hier ist das Glied 2 ebenfalls sehr klein, da $\frac{a}{l} = 0{,}0533$ bleibt. Wir finden $\frac{a^2}{2\,.\,l^2}$ zu $\frac{18^2}{2\,.\,338^2} = 0{,}0014$, das sind nur 0,28 % vom Gliede ½, welches den normalen Antrieb charakterisiert. Demnach kann Schwingung II auch nur ganz unwesentlich geändert werden. Würde $a = l$ werden, dann fiele das erste Glied von II ganz weg. Dieser Schluß darf jedoch hier nicht gezogen werden, da für größeres a die nach dem binomischen Lehrsatz entwickelte Gl. 35 beim zweiten Glied nicht abgebrochen werden darf. Mithin verliert Gl. 37 für diesen Fall ihre Gültigkeit.

Für die Kosinusschwingung III gilt das gleiche wie für I und II. Sie wird durch die Schränkung nur unbedeutend beeinflußt.

Die Kosinusline IV bleibt gegenüber dem normalen Kurbeltrieb völlig unverändert.

Schon dieses Ergebnis besagt, daß es praktisch keine große Bedeutung hat, die übliche Schränkung zu beachten. Es soll nun trotzdem aus wissenschaftlichen Gründen festgelegt werden, in welchem Maße die Schränkung den Gleichgang der Vierzylinder-Maschine zu beeinflussen vermag.

Die beiden Komponenten der Drehstrecke II folgen zu

$$II_1 \ldots = 4\,.\,G_H\,.\left(\frac{1}{2} - \frac{a^2}{l^2}\right) = 4\,.\,G_H\,.\,0{,}4986$$

(und mit $G_H = 3{,}2$ kg) $= 6{,}39$ kg, d. s. 63,9 mm der Zeichnung.

$$II_2 \ldots = 4\,.\,G_H\,.\,\frac{a}{l} = 0{,}68\text{ kg, d. s. } 6{,}8\text{ mm der Zeichnung.}$$

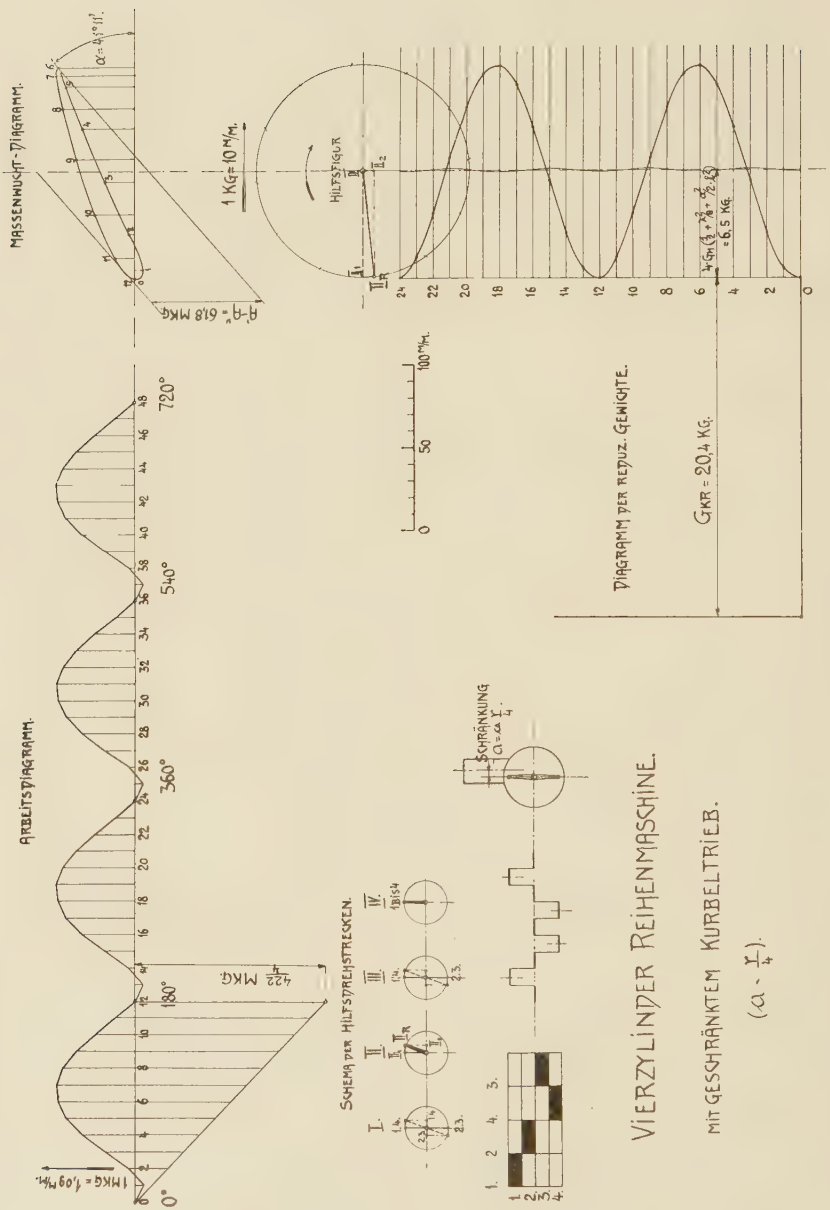


Fig. 44.

In der Hilfsfigur über dem Diagramm der reduzierten Gewichte in Fig. 44 ist für $\alpha = 0$ die Drehstrecke II_1 nach links gerichtet einzutragen, damit, entsprechend dem negativen Vorzeichen in Gl. 37, G_{HR} verkleinert wird.

II_2 muß (Rechtsdrehung vorausgesetzt) nach abwärts abgetragen werden, denn sobald $2\alpha = 90^0$ wird, muß die Schwingung II_2 ihren größten negativen Ausschlag erreichen. Aus II_1 und II_2 läßt sich geometrisch die Resultierende II_R bilden, mit deren Hilfe die Kosinuslinie II gezeichnet wurde.

II_R kann nach Größe und Voreilwinkel auch rechnerisch bestimmt werden; doch wurde das zeichnerische Verfahren wegen seiner Einfachheit und Übersichtlichkeit vorgezogen.

Für die Drehstrecke IV gilt das gleiche, was auf S. 56 bei der normalen Vierzylinder-Maschine gesagt wurde. Wir fanden dort

$$4 \,.\, G_H \,.\, \frac{\lambda^2}{8} = 0{,}079 \text{ kg},$$

d. s. 0,79 mm in der Zeichnung.

Die von der Drehstrecke II herrührende Kosinuslinie fällt mit der wirklichen Linie der reduzierten Gewichte, die aus der Summe von II_R und IV gebildet ist, so nahe zusammen, daß der Unterschied in der Zeichnung fast verschwindet.

Das konstante Glied

$$\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{a^2}{2 \,.\, l^2}$$

der Gl. 37 bedeutet wieder, daß die Nullachse des Massenwuchtdiagrammes — wenn man vorerst das Gewicht G_H allein betrachtet —

$$\text{um } 4 \,.\, G_H \,.\, \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{a^2}{2 \,.\, l^2}\right) = 6{,}5 \text{ kg},$$

das sind 65 mm, nach links rückt.

Die reduzierten Gewichte G_{KR} werden von der normalen Vierzylinder-Maschine her zu $G_{KR} = 20{,}4$ kg übernommen. (Vgl. Tab. 3.)

Nun läßt sich das vollständige Massenwuchtdiagramm aufzeichnen, welches sich nicht viel von den früher gefundenen unterscheidet (vgl. Fig. 25).

Die Tangenten unter $\alpha = 41^0\,11'$ (aus Tab. 3) schneiden eine Wuchtdifferenz aus von $A' - A'' = 61{,}8$ mkg gegenüber 61,5 mkg bei der normalen Maschine. Damit findet sich

$$G_{SR} = \frac{61{,}8 \,.\, 180}{16{,}05} - 26{,}9 = 666 \text{ kg}$$

und

$$G_S = \frac{666}{25} = 26{,}64 \text{ kg}.$$

Dies bedeutet gegen früher eine Zunahme von 0,14 kg, die praktisch völlig belanglos ist.

Der Vollständigkeit halber sind auch für diese Maschine die Werte μ und ε gerechnet. Sie sind von denjenigen des normalen Kurbeltriebes fast nicht zu unterscheiden. Es ist hier $\mu = 0{,}114$ gegenüber 0,1225. Für $n = 1600$ in der Minute findet sich $\varepsilon = 0{,}1465$ gegenüber dem früheren Wert 0,146. Für die Drehzahlen 800—2400 ist ε in Tab. 9 zahlenmäßig und in Fig. 38 graphisch festgelegt.

Diese ganzen Ergebnisse zeigen deutlich, daß der Gleichgang der Maschinen durch die in der Praxis übliche Schränkung nicht gestört, aber auch nicht verbessert wird. Wenn sie in dieser Hinsicht auch keine Vorteile bringt, so dürfte ihre Berechtigung durch die Ersparnis an Reibungsarbeit genügend dargetan sein.

Hiermit wäre die Untersuchung über den Gleichgang der Maschinen für Fahr- und Flugzwecke erledigt.

Wohl werden noch Maschinen [1]) gebaut, welche sich in manchen Einzelheiten von den hier besprochenen unterscheiden. Doch bringen sie nichts prinzipiell Neues, so daß es sich kaum verlohnen würde, näher darauf einzugehen.

Wir erkannten schon in der Einleitung, daß für die Beurteilung unserer Maschinen die Güte des Gleichganges nicht allein maßgebend sein darf. Eine ebenso wichtige Forderung ist jene, daß die Maschinen möglichst erschütterungsfrei arbeiten sollen. Dieser Umstand fällt umsomehr in Betracht, als unsere Maschinen auf ein sehr schwaches Fundament gesetzt werden (Automobilgestell, Ballongondel, Flugzeuggestell), welches von den durch die Massenkräfte verursachten Erschütterungen selbst sehr stark in Mitleidenschaft gezogen wird.

In dem zweiten Abschnitt dieser Arbeit wollen wir rechnerisch diese Massenkräfte verfolgen, sowie die Kippmomente, die sie im Gefolge haben, und zwar bei allen jenen Maschinen, welche wir im ersten Teil hinsichtlich ihres Gleichganges untersuchten.

II. Die Massenkräfte.

1. Allgemeines.

Die für Fahr- und Flugzwecke üblichen und hier zu untersuchenden Maschinen weisen gegenüber mehrkurbeligen Verbunddampfmaschinen Vereinfachungen auf insoweit, als die Kurbeltriebe eines jeden einzelnen

[1]) Siehe Haenig, Ballon- und Flugmotoren 1910. — Vorreiter, Motoren für Luftschiffe und Flugapparate 1910. Bucherer-Motor, Burlat-Motor, Gobron-Motor, Ajax-Motor usw.

Zylinders ein und derselben Maschine mit den gleichen hin- und hergehenden Massen behaftet sind und bei allen Zylinderanordnungen — Fächeranordnung ausgenommen — Symmetrie in bezug auf die zur Kurbelachse senkrecht stehende Schwerpunktsebene herrscht.

Es darf weiter noch angenommen werden, daß die Kurbelzapfengeschwindigkeit konstant ist. Genau wird dies nie zutreffen. Doch sind im allgemeinen ihre Schwankungen δ bei den normalen Drehzahlen derart gering, daß sie die Ergebnisse der nachfolgenden Untersuchungen nur ganz unwesentlich zu beeinflussen vermögen.

Die Massenkräfte finden ihre Ursache in den fortwährenden Ortsveränderungen und den hieraus folgenden Beschleunigungen bzw. Verzögerungen, welchen die hin- und hergehenden sowie die kreisenden Gangwerksteile der Maschinen unterworfen sind. Durch Zurückführung aller Getriebe mit endlichen Stangenlängen auf solche mit unendlich langen Flügelstangen lassen sich die Bewegungen der hin- und hergehenden Teile derart darstellen, daß die Größtwerte der Massenkräfte durch die Formel für die Zentrifugalkraft ausgedrückt sind, während der weitere Verlauf der Massenkräfte nach der Gesetzmäßigkeit von Kosinusfunktionen vor sich geht.

Alle Getriebeteile, welche nur eine Drehbewegung um eine feste Achse ausführen — das sind die Kurbelwelle und der bei der Reduktion auf den Kurbelzapfen entfallende Anteil der Flügelstange — können, wenn nicht durch die Gesamtanordnung der Kurbelwelle ohnedies ein Ausgleich geschaffen ist, durch einfache Gegengewichte ausgeglichen werden. Diese Teile sollen daher aus der nachfolgenden Untersuchung ausscheiden.

Es verbleiben also für die weiteren Betrachtungen nur die auf den Kolbenzapfen entfallenden Massen, welche eine hin- und hergehende Bewegung ausführen. Sie bestimmen sich für jeden Zylinder aus dem Gewichte des Kolbens plus 0,25 vom Gewichte der Flügelstange (siehe S. 38). Die Gewichtsangaben über diese Teile sind in Tab. 3 unter „G_H“ für die einzelnen Maschinen zu finden.

Die Reduktion der Masse der Flügelstange auf die Zapfen in der Kurbel und im Kolben, welche im vorigen Teil ausgeführt wurde, behält auch hier ihre Gültigkeit, denn Tolle gelangt bei seinen Untersuchungen über den Einfluß der Flügelstangenmasse auf

1. die freien Massenkräfte,
2. den Gleichgang der Maschinen

in beiden Fällen zu den gleichen Endformeln [1]).

Zugleich sei die auf Seite 17 gemachte Annahme wiederholt, daß der Schwerpunkt des Kolbens in die Achse des Kolbenzapfens fallen soll.

[1]) Siehe Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen, 2. Aufl., S. 49, 50 und 115.

Sobald die einzelnen Massenkräfte von Getrieben herrühren, die nicht sämtlich in einer einzigen senkrecht zur Kurbelachse liegenden Ebene schwingen, bedingen sie Momente, die man in der Praxis unter dem Namen der Kippmomente kennt. Ihr Bestreben geht dahin, die Maschine in einer durch die Kurbelwellenachse gehenden Ebene zu kippen. Sie sollen im nachfolgenden ihrer Größe und Schwankung nach für jede Maschine bestimmt werden.

Weitere Momente, die jedoch für die folgenden Betrachtungen ausscheiden sollen, werden durch die seitlichen Drücke des Kolben hervorgebracht. Sie suchen die Maschine um die Wellenachse, entgegengesetzt der Umlaufrichtung zu drehen und stimmen der Größe nach stets mit dem augenblicklichen Drehmoment überein, das die Kolbenkräfte an der Kurbel hervorbringen. Über ihre Veränderlichkeit siehe Güldner, Verbrennungsmotoren, 2. Aufl., Konstruktionstafel II u. f.

Der Mittelwert dieser Momente läßt sich nach der bekannten Formel in der Hütte S. 210 (20. Aufl.) anschreiben zu:

$$M_d = 716{,}2 \cdot \frac{N}{n} \text{ mkg} = \frac{30}{\pi} \cdot 75 \frac{N}{n} \text{ mkg},$$

wenn N die Leistung in PS_e und n die minutliche Drehzahl angibt.

Für den besonderen Fall, welcher auch den bisherigen Untersuchungen über den Gleichgang zugrunde lag, daß die Maschinen bei n = 1600 minutlichen Umdrehungen N = 60 PS_e leisten sollen, findet man

$$M_d = 716{,}2 \cdot \frac{60}{1600} = 26{,}8 \text{ mkg}.$$

Dieses entgegen dem Drehsinn der Maschine wirkende Moment, welches sofort entfällt, sobald die Maschine stehen bleibt, dürfte bei Flugzeugen Anlaß zu Gleichgewichtsstörungen und häufig zu Unfällen geben, wenn die Maschine plötzlich versagt und der Führer nicht schnell genug durch entsprechende Steuerbewegung das Gleichgewicht herzustellen vermag[1]).

In der Literatur finden sich Untersuchungen über den Massenausgleich [2]), die jedoch alle nicht auf einheitlicher Grundlage aufgebaut sind. Pfitzner bringt z. B. in einem Vortrag (Motorwagen 1904, S. 305) eine Tafel über Massenkräfte und Momente für Reihenmaschinen mit 1 bis 8 Zylindern, deren Leistungen jedoch mit der Zylinderzahl steigen, so daß ein quantitativer Vergleich ihrer Massenkräfte ausgeschlossen ist. Der Achtzylindermaschine spricht er irrtümlicherweise noch freie

[1]) S. Z. d. V. d. I. 1909 S. 2107.

[2]) Pfitzner-Urtel, Der Automobilmotor, Berlin 1907, S. 159 u. f. — Haenig, Allgemeine Angaben über Massenausgleich im Jahrbuch der Automobil- und Motorboot-Industrie 1910, S. 100 u. f.

Massenkräfte zu. Andere Untersuchungen führt ein französischer Schriftsteller [1]) für einzelne Zylinderanordnungen durch. Er geht von der Massenkraft eines Zylinders aus und gelangt nach sehr verwickelten Rechnungen zu wenig durchsichtigen Ergebnissen.

In dem nachfolgenden Abschnitt sollen bei den bereits behandelten 60 pferdigen Maschinen, von denen wir wissen, daß sie auch hinsichtlich der Massenwirkungen unter sich vergleichbar sind, die freien Massenkräfte und Kippmomente rechnerisch festgelegt werden. Wir werden die Ergebnisse dieser Untersuchung bei Neukonstruktionen insofern nützlich verwerten können, als sie uns lehren, welche Zylinderzahlen und Anordnungen von vornherein grundsätzlich auszuscheiden sind. Es dürfte dem Zweck dieser Arbeit entsprechen, wenn sie nach dieser Seite hin belehrend wirken könnte.

Die einzelnen Zylinderzahlen und Maschinengattungen sollen hier in der gleichen Reihenfolge durchgesprochen werden, die im ersten Teil der Arbeit eingehalten ist.

2. Die Massenkräfte beim normalen Kurbeltrieb.

Beim normalen Kurbeltrieb beträgt der Weg, den der Kolben aus seiner inneren Totlage beschrieben hat

$$x = r \cdot (1 - \cos \alpha) + \frac{r\lambda}{2} \cdot \sin^2 \alpha \text{ (Hütte, 20. Aufl., S. 826).}$$

Die Entfernung des Kolbens von Mitte Kurbelwelle (Fig. 45) folgt zu

$$\begin{aligned} S &= r + l - x \\ &= l + r \cdot \cos \alpha - \frac{r \cdot \lambda}{2} \cdot \sin^2 \alpha \\ &= l - \frac{r \cdot \lambda}{4} + r \cdot \cos \alpha + \frac{r \cdot \lambda}{4} \cdot \cos 2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad 38) \end{aligned}$$

In seinen Vorlesungen über Konstruktionslehre der Dampfmaschinen stellt Herr Professor Lynen, gemäß Formel 38, diese Auslenkung dar als herrührend von der Bewegung eines Kolbens, der von 2 Kurbeln mit ∞ langen Flügelstangen angetrieben wird. Die Radien dieser Kurbeln ergeben sich zu r für Kurbel I und zu $\frac{r\lambda}{4}$ für Kurbel II. Kurbel I ist parallel der Maschinenkurbel und dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω der Maschine, während die Kurbel II in der Totlage der Kurbel I mit dieser parallel ist, aber sich mit der Winkelgeschwindigkeit 2ω

[1]) R. Esnault - Pelterie, Moteur Extra-léger à Explosion in den Mémoires de la Société des Ing. civils 1907, S. 610 u. f.

dreht. Wir wollen diese beiden Kurbeln I und II übereinstimmend mit unserer im ersten Abschnitt getroffenen Wahl wieder als Drehstrecken bezeichnen, da sie hier nur dazu benutzt werden sollen, die auf den abgewickelten Kurbelzapfenweg bezogenen Kurven aufzuzeichnen, nach denen die Kolbenbewegung erfolgt.

Soll also der Weg s dargestellt werden, so ist von der Horizontalen a a, die durch das Mittel der Kurbelwelle geht, nach oben die konstante Größe $l - \frac{r\lambda}{4}$ abzutragen. Um die in diesem Abstande vom Wellen-

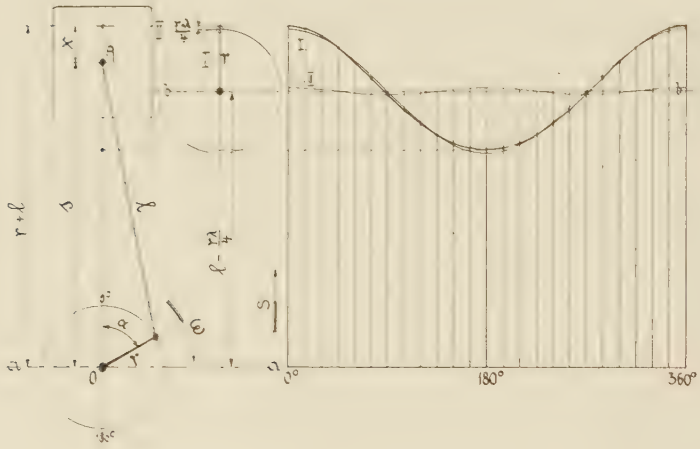


Fig. 45.

mittel gezeichnete neue Achse b b (Fig. 45) finden die Schwingungen I und II statt, deren erzeugende Drehstrecken für $\alpha = 0^0$ beide positives Vorzeichen besitzen, d. h. nach oben gerichtet sind. Zeichnet man die 2 Kosinuslinien über dem abgewickelten Kurbelkreis und addiert sie, so gelangt man zu der stark ausgezogenen Linie, welche für jede Stellung der Kurbel die Größe s angibt.

Mit dieser Darstellung ließe sich, ähnlich wie bei der Untersuchung des Gleichganges, auch die Bewegung des Gesamtschwerpunktes aller hin- und hergehenden Massen bei mehrzylindrigen Maschinen verfolgen. Diese könnte zur Berechnung der Gesamtmassenkraft herangezogen werden.

Wir wollen jedoch aus Gl. 38 zuerst die Beschleunigungskraft der hin- und hergehenden Massen *eines* Zylinders entwickeln, welche infolge der ständigen Schwerpunktsverlegung dieser Massen ausgelöst wird, und hiermit zu den Mehrzylinder-Maschinen übergehen. Dies

wird sich lohnen, denn die Formel, welche die Massenkraft faßt, ist ebenso einfach wie Gl. 38.

Durch zweimaliges Differentiieren des Weges nach der Zeit ergibt sich die Beschleunigung des Kolbens wie bekannt zu

$$b = \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{d^2 s}{d\alpha^2} \cdot \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = \frac{d^2 s}{d\alpha^2} \cdot \omega^2$$
$$= -r \cdot \omega^2 \cdot \cos\alpha - \lambda \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

Die beiden Minuszeichen bedeuten, daß der Pfeil beider Komponenten der Beschleunigung für $\alpha = 0$ nach abwärts gerichtet, die Massenkräfte selbst daher nach oben gerichtet sind, so daß sie mit positiven Vorzeichen erscheinen.

Multipliziert man beide Seiten der Gl. 39 mit der Masse jener Teile, die der Beschleunigung b unterworfen sind — es ist dies die Masse des Kolbens, vermehrt um 0,25 der Flügelstangenmasse, also $\frac{G_H}{g} = \frac{1}{g} \cdot (G_K + 0{,}25 \cdot G_{Flügelst.})$ — so gelangt man zur dynamischen Grundgleichung:

$$\left.\begin{aligned} P &= m \cdot (-b) \\ &= \frac{G_H}{g}[r \cdot \omega^2 \cdot \cos\alpha + \lambda \cdot r \cdot \omega^2 \cos 2\alpha] \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 40)$$

Hierin bedeutet P die Massenkraft, welche die Maschine zu erschüttern sucht. Ihre Richtungslinie fällt stets in die Zylinderachse. Multipliziert man die rechte Seite aus, so ergibt sich:

$$P = \frac{G_H}{g} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos\alpha + \frac{G_H}{g} \cdot \lambda \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \quad . \quad . \quad 40a)$$

Die Änderung, welche P mit dem Kurbeldrehwinkel erfährt, läßt sich hier ähnlich der Fig. 45 darstellen als die Summe zweier Kosinuslinien I und II. Die erzeugende Drehstrecke I, deren Länge der Kraft $\frac{G_H}{g} \cdot r \cdot \omega^2$ entspricht, dreht sich wieder mit der Winkelgeschwindigkeit ω der Maschine, während die Drehstrecke II sich mit der Winkelgeschwindigkeit 2ω bewegt. Auf eine Eigenart ist noch hinzuweisen: Während in Gl. 38 die endliche Stangenlänge nur mit dem Faktor $\frac{\lambda}{4}$ in Rechnung tritt, steigt ihr Einfluß in Gl. 40a auf den Wert λ an, d. h. der Anteil der Beschleunigungskraft, der sich in den Kolbentotlagen infolge der endlichen Stangenlänge zusätzlich einstellt, ist $\lambda = \frac{1}{4{,}5}$

Tabelle 12.

Zahlenwerte für die Ermittelung der Massenkräfte.

Bei n = 1600 Umdr./min, ω = 167,55 sec^{-1} [ω^2 = 28 100 sec^{-2}].

1.	Anzahl der Zylinder i	16	8	7	6	5	4	3	2	1
2.	$\frac{\text{Zylinder-Bohrung}}{\text{Kolben-Hub}}$ . . . . . $\frac{d}{s}$ mm	$\frac{77}{90}$	$\frac{94}{120}$	$\frac{100}{120}$	$\frac{105}{130}$	$\frac{110}{140}$	$\frac{119}{150}$	$\frac{133}{160}$	$\frac{149}{190}$	$\frac{188}{240}$
3.	$\omega^2 . r$ . . . . . m/sec^2	1263	1685	1685	1825	1966	2105	2245	2670	3372
4.	$\lambda . \omega^2 r$ . . . . . m/sec^2	281	375	375	406	437	468	499	594	750
5.	$\omega^2 . r(1+\lambda)$ . . . . . m/sec^2	1544	2060	2060	2231	2403	2573	2744	3264	4122
6.	$P_I = \frac{G_H}{g} . \omega^2 . r$ pro 1 Zyl. . . . . kg	147	332	371	452	561	687	905	1450	2850
7.	$P_{II} = \lambda \frac{G_H}{g} . \omega^2 . r$ pro 1 Zyl. . . . . kg	32,7	73,5	82,5	100,5	124,5	152	201	322	634
8.	$P_{max} = P_I + P_{II} = \frac{G_H}{g} . \omega^2 . r(1+\lambda)$ . . . . . kg	179,7	405,5	453,5	552,5	685,5	839	1106	1772	3484
9.	$P'_{II} = 2\frac{G_H}{g} . \omega^2 . r . \frac{\lambda}{\sqrt{2}} = \frac{P_I}{3,18}$ . . . . . kg	46,3	104,5	—	—	—	216	—	456	—

mal so groß als die Massenkraft, die bei unendlich langer Schubstange zu erwarten wäre.

Die Gl. 40a gilt für jeden einzelnen Zylinder aller Maschinen. Es sollen daher die Rechnungsgrößen, welche im nachstehendem immer wiederkehren, in Tab. 12 für jede in Betracht kommende Zylindergröße übersichtlich zusammengestellt werden.

Die Reihen 1 und 2 enthalten Zylinderzahlen, Bohrungen und Kolbenhübe der bekannten Maschinen.

In Reihe 3 folgt $\omega^2 \cdot r$, der Größtwert der Kolbenbeschleunigung erster Ordnung. Er tritt in den Totlagen auf, wenn $\lambda = 0$ angenommen ist. Für 1600 Umdrehungen in der Minute beträgt $\omega = 167{,}55\ \text{sec}^{-1}$. Jener Teil der Beschleunigung, welcher von der endlichen Stangenlänge herrührt, $\lambda \cdot \omega^2 \cdot r$, findet sich in Reihe 4.

Reihe 5 bringt die Summe beider Anteile unter $\omega^2 \cdot r + \lambda \cdot \omega^2 \cdot r$, d. i. jene Beschleunigung, welche dem Kolben in seiner inneren Totlage erteilt wird. Sie schwankt zwischen 1544 m/sec² bei der Sechzehnzylinder-Maschine und 4122 m/sec² bei der Einzylinder-Maschine.

Die Reihen 6, 7 und 8 geben eine Übersicht der Massenkräfte, welche von den Beschleunigungen unter 3, 4 und 5 ausgelöst werden.

Die Gesamtbeschleunigungskräfte P_{max} gelten nur für die inneren Kolbentotlagen; sie steigen von 179,7 kg bei der Sechzehnzylinder-Maschine auf den ganz erheblichen Betrag von 3484 kg bei der Einzylinder-Maschine.

Bei günstigen Zylinderanordnungen ist die Wirkung dieser Massenkräfte nach außen nicht wahrnehmbar, wohl werden sie aber stets die Getriebteile und den Maschinenrahmen belasten.

Die Gewichte G_H der hin- und hergehenden Massen sind Tab. 3 entnommen. Wir schreiten zunächst zur Betrachtung der

a) Reihenmaschinen.

Die Einzylinder-Reihenmaschine (Fig. 46).

Die Gl. 40 läßt sich nun für die Einzylinder-Maschine auch schreiben:

$$P = P_I \cdot \cos \alpha + P_{II} \cdot \cos 2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40\,b)$$

Für $\alpha = 0^0$ geht sie über in:

$$P = P_I + P_{II}.$$

Führt man also wieder das Schema der Hilfsdrehstrecken ein, welche hier Massenkräfte darstellen, so müssen beide (I und II) für $\alpha = 0^0$ nach oben gerichtet sein. Sie sind in der Fig. 46 der Anschaulichkeit halber wie früher auch in gleichen Größen eingezeichnet. Erst in der kleinen Hilfsfigur — links vom Diagramm der freien Massen-

kräfte — erscheinen sie mit ihrer wahren Größe P_I und P_{II} als Radien der Kreise, die zum Aufzeichnen der Kosinuslinien dienen.

Aus Tab. 12 entnimmt man:

$$P_I = 2850 \text{ kg}$$

und

$$P_{II} = 634 \text{ kg}.$$

Wählt man nun den Kräftemaßstab zu 1 kg $^1/_{100}$ mm, so hat man in der Zeichnung die Größen $P_I = 28{,}5$ mm und $P_{II} = 6{,}34$ mm aufzutragen. Mit diesen Drehstrecken sind die zwei Kosinuslinien gezeichnet. Die Summen beider, welche durch stark ausgezogene Linien in Fig. 46 zum Ausdruck kommt, gibt für jede Kurbelstellung die freie Massenkraft P der Größe und dem Richtungspfeil nach wieder.

In der oberen (inneren) Totlage findet man die Massenkraft P zu $P = 2850 + 634$ kg $= 3484$ kg, während sich für die untere Totlage nur eine Kraft von $2850 - 634 = 2216$ kg ergibt.

Die Kräfte wirken bei der Einzylinder-Maschine stets in der Symmetrieebene. Kippmomente sind demnach nicht zu erwarten.

Der Anschaulichkeit wegen ist in Fig. 46 neben jedem Diagramm die zugehörige Maschine mit ihrer Kurbelwelle schematisch dargestellt.

Die Zweizylinder-Reihenmaschine mit Kurbelwinkel 0^0 (Fig. 46).

Die Zweizylinder-Maschine mit Kurbeln unter 0^0 besteht aus zwei nebeneinander gestellten Einzylinder-Maschinen. Die freien Kräfte aus beiden Triebwerken addieren sich daher direkt. Siehe auch Schema I, II der Zweizylinder-Maschine in Fig. 46. Man erhält

$$P = 2 \cdot P_I \cdot \cos \alpha + 2 \cdot P_{II} \cdot \cos 2\alpha$$

Nach Tab. 12 ist

$$2 P_I = 2900 \text{ kg und } 2 P_{II} = 644 \text{ kg}.$$

In der Figur ist für die Drehstrecke der Kräfte erster Ordnung das Symbol I und für jene der Kräfte zweiter Ordnung das Symbol II gebraucht.

P_{max} für die obere (innere) Totlage ergibt $P_{max} = 3544$ kg
und für die untere Totlage wird $P = 2256$ kg.

Diese Werte sind noch etwas größer als bei der Einzylinder-Maschine.

Der Schwerpunkt der ganzen Maschine liegt in der Mitte zwischen beiden Zylinderachsen. Kippmomente können nicht auftreten, da beide Teilkräfte P stets gleichen Abstand vom Schwerpunkt haben und immer gleich groß und gleich gerichtet sind. Das Diagramm der Kippmomente schrumpft daher wie bei der Einzylinder-Maschine in eine Gerade (die Nullachse) zusammen.

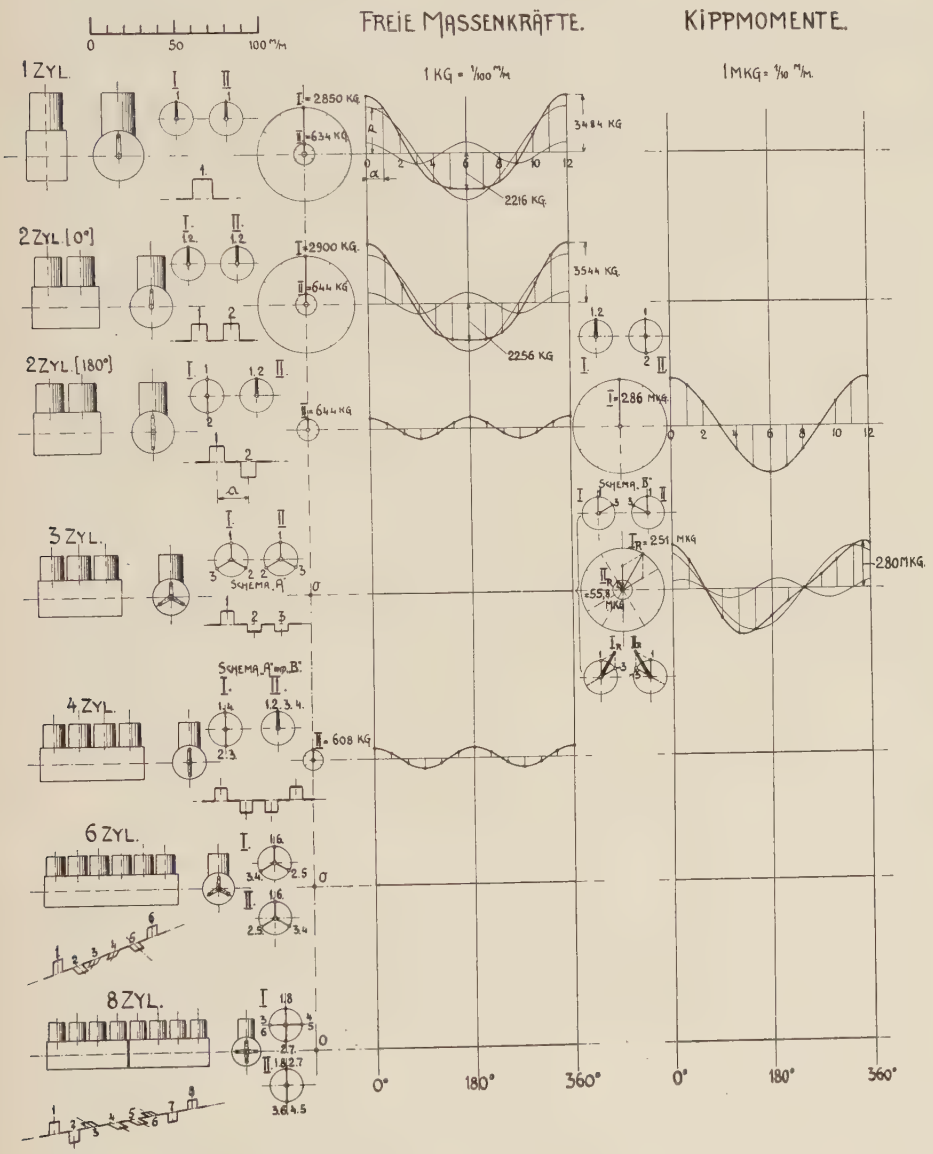


Fig. 46.

Es ist hierbei wohl zu beachten, daß die Kippmomente trotzdem zur Wirkung kommen, sie verbiegen als „innere Momente“ das Kurbelgehäuse.

Die Zweizylinder-Reihenmaschine mit Kurbelwinkel 180° (Fig. 46).

Das Kräftespiel dieser Maschine soll an Hand der Fig. 47 erläutert werden.

Die Achse der Kurbelwelle sei dargestellt durch die Linie o/o. Durch sie ist die Ebene A gelegt, welche zugleich durch die Achsen 1/1 von Zylinder 1 und 2/2 von Zylinder 2 geht. Die Ebenen E_1 und E_2 stehen senkrecht auf der Kurbelwelle und enthalten außerdem: E_1 die Achse von Zylinder 1 und E_2 jene von Zylinder 2. Der Abstand der beiden Zylinderachsen sei mit a bezeichnet.

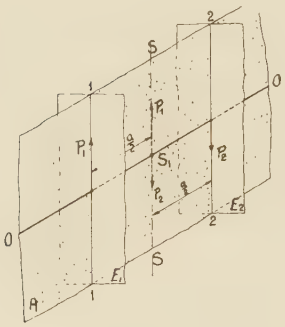


Fig. 47.

Die Massenkräfte P_1 und P_2, welche auftreten, müssen ihrer Richtung nach stets in die Schnittgeraden von Ebene A mit E_1 bzw. E_2 fallen. Sie sind mit beliebiger Größe in die Figur eingezeichnet.

Da die Maschine symmetrisch gebaut sein soll, liegt der Schwerpunkt in der Ebene A, und zwar auf der Schwerlinie S/S.

Die Wirkungen der Kräfte werden nun am besten klar, wenn man beide nach der Schwerlinie S/S verlegt. Da man außerdem innerhalb ihrer Richtungslinie den Angriffspunkt S_1 von Kräften beliebig verschieben kann, sei er zugleich auf der Achse o/o gewählt.

Verlegt man nun die Kraft P_1 nach S_1, so behält sie Größe und Richtung bei. Zugleich entsteht aber ein Moment $P_1 \cdot \frac{a}{2}$, dessen Vektor in S_1 senkrecht steht auf Ebene A.

Wird P_2 nach S_1 verlegt, so tritt das Moment $P_2 \cdot \frac{a}{2}$ hinzu, dessen Vektor ebenfalls senkrecht auf Ebene A steht, und dessen Richtung stets dann mit der Richtung des Vektors von $P_1 \cdot \frac{a}{2}$ zusammenfällt, wenn P_1 und P_2 verschiedene Vorzeichen haben. In diesem Falle können die Momente direkt addiert werden.

Es lassen sich nun zusammenfassen:

1. Die freien Kräfte P_1 und P_2 und
2. die Momente $P_1 \cdot \frac{a}{2}$ und $P_2 \cdot \frac{a}{2}$.

Die freien Kräfte P.

$$P = P_1 + P_2$$

oder

$$P = P_I \cdot \cos\alpha + P_{II} \cdot \cos 2\alpha + P_I \cdot \cos(180 + \alpha) + P_{II} \cdot \cos 2 \cdot (180 + \alpha)$$

$$= P_I \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\cos\alpha] + P_{II} \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_i} [\cos 2\alpha] \quad \ldots\ldots\ldots 41)$$

für i Zylinder, ganz allgemein gesprochen. Hierin ist unter α der Winkel verstanden, den die Kurbeln der Zylinder 2 bis i mit der Kurbel des Zylinders 1 einschließen.

In Fig. I des Schemas steht also die Drehstrecke 2 gegen die Drehstrecke 1 um 180^0 gedreht. D. h. die Kräfte P_I heben sich gegenseitig in ihrer Wirkung nach außen auf.

In Fig. II ist die Drehstrecke 2 um $2 \cdot 180^0$ gegen die Drehstrecke 1 gedreht. Sie addiert sich also zu ihr.

Die Größe der Drehstrecke II folgt nach Tab. 12 zu

$$P = 2 \cdot P_{II} = 644 \text{ kg}.$$

Die freien Krafte rühren hier also nur von der endlichen Länge der Schubstange her und sind für beide Kolbentotlagen gleich groß und gleich gerichtet. Ihre Schwankung erfolgt nach der doppelten Drehzahl der Maschine.

Das Kippmoment M.

Wir fanden das Kippmoment M zu

$$M = P_1 \cdot \frac{a}{2} + (-P_2) \cdot \frac{a}{2} = \frac{a}{2} \cdot (P_1 - P_2) \quad \ldots\ldots 42)$$

P_2 erscheint deshalb mit dem Minuszeichen, da die beiden Momente nur dann addiert werden dürfen, wenn die Massenkräfte P_1 und P_2 verschiedene Vorzeichen haben. Setzt man in Gl. 42 die Werte für P_1 und P_2 (aus Gl. 40b) ein, so folgt:

$$M = \frac{a}{2} \cdot [P_I \cdot \cos\alpha + P_{II} \cdot \cos 2\alpha - P_I \cos(180 + \alpha) - P_{II} \cos 2(180 + \alpha)]$$

oder

$$M = \frac{a}{2} \cdot [P_I \cdot 2 \cdot \cos\alpha + P_{II} \cdot 0]$$

$$= P_I \cdot a \cdot \cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots 42a)$$

Diese Formel besagt, daß die durch die endliche Stangenlänge verursachten Kräfte zu dem Kippmoment keinen Beitrag liefern. Wir

können dies auch schon aus dem Schema der Hilfsdrehstrecken ablesen, in welchem die 2 Drehstrecken II stets einander gleich gerichtet sind. Die Schwankungen des Momentes erfolgen im Takte der einfachen Drehzahl der Maschine. Der Größe nach ist das Moment für die obere und für die untere Totlage der Kolben gleich groß, nur ist der Drehsinn in beiden Fällen entgegensetzt.

Für Maschinen, deren Zylinder im Block gegossen, d. h. unmittelbar nebeneinander gestellt sind, gilt mit guter Annäherung:

$$a = 2 \cdot r,$$

die Entfernung zweier Zylinderachsen ist gleich dem doppelten Kurbelradius.

In diesem Falle liefert Gl. 42a

$$M = 1450 \cdot 0{,}19 \cdot \cos \alpha = 286 \cdot \cos \alpha \text{ mkg}.$$

Die Schwankungen von M sind in Fig. 46 über dem abgewickelten Kurbelkreis aufgetragen. Sie erscheinen in dieser Darstellung als reine Kosinuslinien.

Da die Kippmomente nur durch die Massenkräfte erster Ordnung hervorgerufen werden, ist die Drehstrecke zur Konstruktion der Kosinuslinien mit I bezeichnet.

Die Dreizylinder-Reihenmaschine (Fig. 46).

Die Wirkungen der Massenkräfte bei der Dreizylinder-Maschine sind aus der schematischen Fig. 48 ersichtlich. Der Schwerpunkt der Maschine liegt in der Achse des Zylinders 2. Verlegt man die Kräfte P_1 und P_3 nach S, so erhält man für die freie Massenkraft:

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

und nach Gl. 41

$$= P_I \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_3} \cdot [\cos \alpha] + P_{II} \cdot \sum_{\alpha_1}^{\alpha_3} [\cos 2\,\alpha].$$

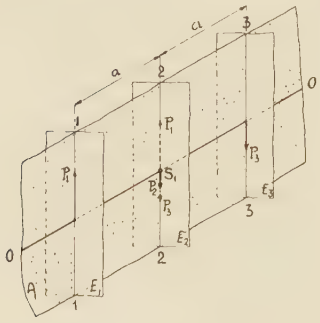


Fig. 48.

Das Schema der Drehstrecken I und II zeigt, daß beide Schwingungen zu Null werden, d. h. die Dreizylinder-Maschine weist keine freien Massenkräfte auf. — Ein Blick auf Fig. 48 lehrt, daß durch die Verlegung der Kräfte P_1 und P_3 nach S zwei Momente $M_1 = P_1 \cdot a$ und $M_2 = P_3 \cdot a$ ausgelöst, werden, deren Summe M das freie Kippmoment ausmacht. P_2 geht stets durch den Schwerpunkt, trägt somit zum Momente nichts bei.

Die Momente M_1 und M_2 addieren sich stets dann, wenn P_1 und P_3 entgegengesetzte Vorzeichen haben. Es läßt sich somit schreiben:

$$M = P_I \,.\, a + (-P_3) \,.\, a$$

$$= a \,.\, (P_1 - P_3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 43)$$

$$= a \left[P_I \,.\, \big(\cos \alpha - \cos (\alpha + 240)\big) + P_{II} \,.\, \big(\cos 2\,\alpha - \cos (2\,\alpha + 480)\big) \right]$$

$$= a \left[P_I \,.\, \big(\cos \alpha + \cos (\alpha + 60)\big) + P_{II} \,.\, \big(\cos 2\,\alpha + \cos (2\,\alpha + 300)\big) \right] \quad . \quad . \quad . \quad 43a)$$

Gl. 43a läßt sich durch das Schema B links vom Diagramm der Kippmomente der Dreizylinder-Maschine in Fig. 46 ausdrücken. Man wäre nach Gl. 43 zum gleichen Ziele gekommen, wenn in Fig. I sowohl als in II die Zeiger für Kurbel 3 um 180° versetzt werden, gegenüber der Stellung, die sie für die Darstellung der Massenkräfte im Schema A einnehmen.

Man sieht hier, daß auch die Kräfte, welche sich infolge der endlichen Länge der Schubstange einstellen, zum Kippmomente beitragen.

Die Größe jeder Drehstrecke 1 und 3 in Schema B, Fig. I, bestimmt sich zu

$$a \,.\, P_I = 2 \,.\, r \,.\, P_I = 0{,}16 \,.\, 905 = 145 \text{ mkg}.$$

Die Resultierende aus 1 und 3 ergibt

$$I_R = 2 \,.\, 145 \,.\, \frac{\sqrt{3}}{2} = 251 \text{ mkg}$$

und zeigt gegenüber der Drehstrecke 1 einen Voreilwinkel von 30°.

Für Schema B, Fig. II, ergibt sich

$$a \,.\, P_{II} = 0{,}16 \,.\, 201 = 32{,}2 \text{ mkg}$$

$$II_R = 2 \,.\, 32{,}2 \,.\, \frac{\sqrt{3}}{2} = 55{,}8 \text{ mkg}.$$

Für $\alpha = 0°$ beträgt die Phasenverschiebung gegenüber der Kurbel 30° in nacheilendem Sinne.

Mit diesen beiden Drehstrecken I_R und II_R lassen sich die Kosinuslinien aufzeichnen. Die Summe beider gibt den Verlauf des Kippmoments der Dreizylinder-Maschine während einer Umdrehung an. Es schwankt zwischen $\pm$ 280 mkg.

Die Vierzylinder-Reihenmaschine (Fig. 46).

Entwickelt man das Schema A der Drehstrecken für die Vierzylinder-Maschine (Fig. 46), so findet man, daß freie Kräfte nur wegen der endlichen Länge der Schubstange auftreten. Das Schema zeigt auch zugleich, daß Kippmomente bei dieser Maschine nicht auftreten können.

Von den Massenkräften I wirken z. B. 1 und 4 stets in gleicher Richtung. Da die zugehörigen Hebelarme gleich groß sind, heben sich die Momente auf. Wohl wirken sie verbiegend auf das Gestell (Kurbelgehäuse) der Maschine; doch können sie, wenn dieses steif genug ist, keine Wirkungen nach außen haben. Ähnliches gilt von 2 und 3.

Die Massenkräfte II sind bei jeder Kurbelstellung für alle Zylinder gleich groß und gleich gerichtet. Die Momente heben sich deshalb stets auf. Die endgültige Größe der Drehstrecke II folgt zu

$$\text{II} \ldots = 4 \,.\, P_{\text{II}} = 4 \,.\, 152 = 608 \text{ kg}.$$

Die Massenkräfte sind also für die beiden äußersten Kolbenstellungen gleich groß und erreichen während einer Umdrehung zweimal ihren größten und ihren kleinsten Wert.

Die Sechszylinder-Reihenmaschine (Fig. 46).

Das Schema der Hilfsdrehstrecken zeigt, daß bei der Sechszylinder-Maschine weder die Massenkräfte I noch die Kräfte II zum Ausdruck kommen. Die Resultierenden nehmen stets den Wert Null an.

Jene Zylinder, welche sich paarweise in gleichen Abständen zu beiden Seiten des Schwerpunktes befinden, zeigen stets gleich große und gleich gerichtete Massenkräfte, so daß auch freie Kippmomente nicht entstehen können.

In dieser Beziehung ist die Sechszylinder-Maschine allen vorausgegangenen Reihenmaschinen überlegen.

Die Achtzylinder-Reihenmaschine (Fig. 46).

Zeichnet man für die Achtzylinder-Maschine Schema I und II auf, so findet man, daß die Massenkräfte auch hier stets die Resultierende Null ergeben.

Das gleiche gilt für die Kippmomente; denn stets sind die freien Kräfte I sowie II jener Triebwerke, die symmetrisch zur Schwerpunktsebene liegen, gleich groß und gleich gerichtet.

3. Ermittelung der Massenkräfte bei Mehrzylinder-Maschinen, ausgehend von der Bewegung des Gesamtschwerpunktes der hin- und hergehenden Teile.

A. Allgemeines.

Der Massenausgleich der Maschinen, bei welchen mehrere Zylinder radial in einer zur Kurbelachse senkrecht gelegenen Ebene angeordnet sind, wie bei den Gabel-, Stern-, Fächer- und Umlaufmaschinen, soll

in einer von den vorigen Ausführungen abweichenden Weise behandelt werden.

Die sämtlichen hin- und hergehenden Teile aller Zylinder stellen einen bewegten Punkthaufen dar, dessen dynamische Gleichgewichtsverhältnisse an Hand der Bewegung des Gesamtschwerpunktes dieser Teile klargelegt werden können. Vorausgeschickt sei auch hier wieder die Annahme, daß die hin- und hergehenden Massen eines jeden Zylinders, deren Gewicht G_H bekannt ist, im Schwerpunkt des Kolbens vereinigt sind. Dieser selbst soll in der Achse des Kolbenzapfens liegen.

Fassen wir die mehrzylindrige Maschine als Ganzes ins Auge, so erscheinen die Massenkräfte als innere Kräfte. Wenn wir uns den Kurbeltrieb als reibungslos denken und der Welle eine Drehung erteilen, so wird die Maschine die anfängliche Drehzahl stets beibehalten. Greifen nun keine äußeren Kräfte an dem System an, so muß nach dem Schwerpunktssatz der Gesamtschwerpunkt der Maschine in Ruhe bleiben, wenn er zu Beginn der Bewegung schon in Ruhe war.

Die Maschine selbst setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

1. den „unbeweglichen" Teilen: Zylinder, Kurbelgehäuse usw., zu denen auch die rein rotierenden, welche als ausgeglichen gedacht sind, gezählt werden können. Der Schwerpunkt dieser unbeweglichen Teile ruht relativ zum Gehäuse;
2. aus den „hin- und hergehenden" Teilen vom Gewichte G_H pro Zylinder. Diese verlegen ihren Schwerpunkt fortwährend nach der bestimmten Gesetzmäßigkeit, welche der Kurbeltrieb vorschreibt.

Somit müssen die Massen unter 1 stets die entsprechende Gegenbewegung ausführen, sobald sie frei beweglich sind, damit der Gesamtschwerpunkt beider Massen 1 und 2 in absoluter Ruhe verharren kann.

Will man nun vermeiden, daß die unbeweglichen Teile in Erschütterung geraten, so ist dafür zu sorgen, daß der Gesamtschwerpunkt aller „hin- und hergehenden" Gangwerksteile für sich ruht.

Die Betrachtung wird klarer, wenn wir uns die hin- und hergehenden Massen von der Maschine losgelöst denken und sie nun genau die Bewegung ausführen lassen, welche sie tatsächlich in den Zylindern ausführen müssen. So werden sich beipsielsweise die beiden Kolbenmassen m_1 und m_2 einer Gabelmaschine stets auf den geradlinigen Bahnen ihrer Zylinderachsen bewegen (Fig. 49). Beide Bahnen schneiden sich im Punkte 0. Der Schwerpunkt S der beiden Massen m_1 und m_2 findet sich aus der Beziehung $M \cdot \mathfrak{s} = \Sigma\, m \cdot \mathfrak{r}$, wenn $\mathfrak{s}$ und $\mathfrak{r}$ die jeweiligen Abstände der Massen von einem beliebig gewählten Momentenpunkte 0′ sind und $M = m_1 + m_2$ ist. (Föppl IV, S. 138 u. f.)

Aus der Gesetzmäßigkeit, mit welcher sich $\mathfrak{r}$ ändert, findet sich auch eine solche für $\mathfrak{s}$; wir werden also eine Gleichung für die Bahn des

Schwerpunktes S erhalten. Können wir nun eine zweite Masse M′ derart anordnen, daß für jede Stellung der im Schwerpunkt vereinigt gedachten Masse $M = \Sigma m$ das statistische Moment $M \,.\, \mathfrak{s} = M' \,.\, \mathfrak{s}'$ ist, so fällt der Gesamtschwerpunkt von m_1, m_2 und M′ stets nach dem Momentenpunkte 0′ selbst.

Der Flächensatz soll uns nun Aufschluß geben, ob wir auf diese Weise einen Massenausgleich herbeiführen können. Weiterhin wird er zeigen, ob es für unseren besonderen Fall zulässig ist, die freien Massenkräfte aus der für jede Maschine zu ermittelnden Bewegung des Gesamtschwerpunktes der hin- und hergehenden Gangwerksteile abzuleiten.

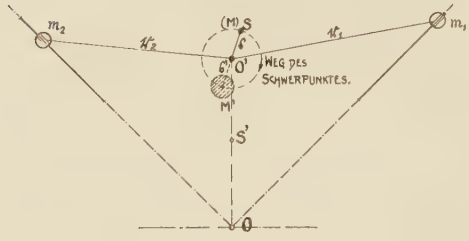


Fig. 49.

Mit Hilfe der ebenfalls bewegten Zusatzmasse M′ wäre es erreicht, daß der Schwerpunkt des bewegten Punkthaufens in Ruhe bleibt. Hiermit ist der Massenausgleich aber noch nicht erledigt, denn es muß für diesen Punkthaufen zudem der Drall, bezogen auf einen beliebig gewählten Momentenpunkt, einen konstanten Wert besitzen, und zwar jenen, der durch die Bewegungsgröße zu Beginn der Betrachtung festgelegt ist. (Föppl IV, S. 141 und 154.)

Nachdem die hin- und hergehenden Massen ganz von der Maschine losgelöst gedacht sind, erscheinen die Reaktionen der Trägheitskräfte auf den Punkt 0 des Maschinengestells (Fig. 49), welche zuvor als innere Kräfte galten, nunmehr als äußere Kräfte; sie sind tatsächlich anzubringen um die Bewegung aufrecht zu erhalten. Der Drall $\mathfrak{B} = \Sigma V m \,.\, \mathfrak{v} \,.\, \mathfrak{r}$ kann nur dann konstant bleiben, wenn das statische Moment der äußeren Kräfte gleich Null ist. Denn es gilt die Beziehung

$$\frac{d\mathfrak{B}}{dt} = \frac{d}{dt} \Sigma V m \,.\, \mathfrak{v} \,.\, \mathfrak{r} = \Sigma V \mathfrak{P} \,.\, \mathfrak{r},$$

wobei die $\mathfrak{P}$ als äußere Kräfte und $\mathfrak{r}$ als die Abstände der Angriffspunkte derselben von einem beliebig gewählten Momentenpunkte anzusehen sind, während mit $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte bezeichnet sind.

In Fig. 49 haben wir nun 3 Trägheitskräfte. Zwei rühren von der Bewegung der Kolben her. Ihre Richtungen schneiden sich in 0. Die dritte Kraft entspringt der Bewegung der Ausgleichmasse M′. Sollen diese drei in einer Ebene liegenden Kräfte für jeden beliebigen Momentenpunkt in dieser Ebene das Moment Null ergeben, so muß not-

wendigerweise ihre Resultierende zu Null werden. Dies tritt ein, sobald die vom Gegengewicht M′ herrührende Massenkraft ebenfalls in 0 angreift und gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet wie die Resultierende der Massenkräfte von m_1 und m_2 ist.

Die Trägheitskraft der im Schwerpunkt S gedachten Massen M ist stets gleich dieser genannten Resultierenden. Es war ja

$$M \,.\, \mathfrak{s} = \Sigma\, m \,.\, \mathfrak{r}.$$

Durch Differentiieren nach der Zeit ergibt sich:

$$M \,.\, \frac{d\mathfrak{s}}{dt} = \Sigma m \,.\, \frac{d\mathfrak{r}}{dt} = \Sigma\, m \,.\, \mathfrak{v}$$

Differentiiert man abermals, so folgt:

$$M \,.\, \frac{d^2\,\mathfrak{s}}{dt^2} = \Sigma\, m \,.\, \frac{d^2\,\mathfrak{r}}{dt^2} = \Sigma\, m \,.\, \frac{d\mathfrak{v}}{dt} = \Sigma\, \mathfrak{P}.$$

Da der Abstand $\mathfrak{s}'$ der Ausgleichsmasse stets entgegengesetzten Richtungssinn hat wie $\mathfrak{s}$, so muß sein:

$$M' \,.\, \frac{d^2\,\mathfrak{s}'}{dt^2} = -M\,\frac{d^2\,\mathfrak{s}}{dt^2} = -\Sigma\,\mathfrak{P}.$$

Dies besagt nichts anderes, als daß die äußeren Kräfte $\Sigma\,\mathfrak{P}$ durch die Massenkraft des Gegengewichtes zu Null ergänzt werden, sobald die Bewegung der Ausgleichsmassen nicht um einen beliebigen Momentenpunkt 0′, sondern nach der für 0′ gefundenen Gesetzmäßigkeit um den Pol 0 erfolgt. Hierdurch fällt der Schwerpunkt S der 3 Massen m_1, m_2 und M′ nicht mehr nach 0′, sondern nach S′ auf der Verbindungslinie 0—0′. Wählt man nun M = M′, so sind auch die Absolutwerte von $\mathfrak{s}$ und $\mathfrak{s}'$ einander gleich, und S fällt in die Mitte zwischen 0 und 0′. Man überzeugt sich leicht hiervon, wenn man das statische Moment aufstellt.

Die Bedingungen für den vollständigen Massenausgleich sind somit erfüllt, denn:

1. ruht der Schwerpunkt aller besagten Massen m_1, m_2 und M′, und zwar fällt er stets in den Punkt S′;
2. ändert sich der Drall dieser bewegten Massen nicht.

Fügt man das derart ausgeglichene System, welches keine äußeren Kräfte liefern kann, wieder in die Maschine ein, so vermag es keinerlei Gleichgewichtsstörungen bzw. Erschütterungen hervorzubringen.

Die vorstehende Überlegung zeigt also, daß man nur den Weg des Gesamtschwerpunktes der hin- und hergehenden Gangwerksteile zu ermitteln braucht, um durch zweimaliges Differentiieren desselben nach der Zeit die Beschleunigung und hieraus die freien Massenkräfte in Abhängigkeit vom Kurbeldrehwinkel α zu erhalten. Es sind dies eben

jene Kräfte, welche frei werden, sobald die Ausgleichsmasse nicht angebracht wird.

Bei der Mehrzahl der hier zu untersuchenden Fälle folgt die Schwerpunktsbewegung sehr einfachen Gesetzen, so daß ein Blick auf die Bahnkurve schon voraussagen läßt, welcher Art die zu erwartenden freien Kräfte sind.

Wenn auch, wie bei den Gabel- und Fächermaschinen, die Bahn des Schwerpunktes ganz außerhalb des Poles 0 liegt, so müssen, wie wir sahen, die Trägheitskräfte doch nach diesem Punkte 0 verlegt werden.

Die vorstehende allgemeine Betrachtung wurde für 2 Zylinder durchgeführt. Es bedarf keiner Erörterung, daß sie auch auf beliebig viele Zylinder ausgedehnt werden darf, sobald diese in einer Ebene liegen und ihre Achsen die Achse der Kurbelwelle in einem Punkte schneiden.

B. Kurbeltrieb mit beliebiger Lage der Zylinderachse. (Fig. 50.)

Die Beziehungen, welche zwischen den einzelnen Getriebelängen, dem Kurbelwinkel und dem Weg des Schwerpunktes bestehen, sollen an Hand der Fig. 50 für einen beliebig angeordneten Zylinder klargelegt werden. Von dieser Figur und den hier gefundenen Ergebnissen kann später auf die Verhältnisse bei Mehrzylindermaschinen geschlossen werden.

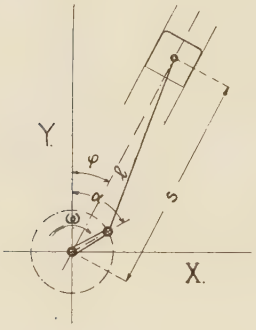


Fig. 50.

Zuerst sei ein rechtwinkliges Koordinatensystem gewählt, dessen Anfangspunkt im Mittelpunkt der Kurbelwelle liegt. Die Achse des Zylinders schließe mit der Y-Achse den beliebigen Winkel φ ein. Zur Zeit Null, also bei Beginn der Bewegung, sollen Kurbel und Y-Achse zusammenfallen, so daß die Kurbeldrehwinkel α ebenfalls von dieser Achse aus zu rechnen sind. S bedeute den Abstand des Kolbenschwerpunktes von Mitte Kurbelwelle. Er fand sich für Fig. 45 nach Gl. 38 zu

$$S = l - \frac{r\lambda}{4} + r \cdot \cos\alpha + \frac{r \cdot \lambda}{4} \cdot \cos 2\alpha.$$

Wird diese Formel auf die Anordnung der Fig. 50 angewandt, so lautet sie:

$$S = l - \frac{r\lambda}{4} + r \cdot \cos(\alpha - \varphi) + \frac{r \cdot \lambda}{4} \cdot \cos 2 \cdot (\alpha - \varphi) \quad . \quad 44)$$

Eine Zerlegung von S in seine zwei rechtwinkligen Komponenten ergibt

$$X = S \cdot \sin \varphi \qquad \text{und} \qquad Y = S \cdot \cos \varphi$$

1. Ermittelung der Horizontalkomponente X (Fig. 50). Aus Gl. 44 finden wir

$$X = \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right) \cdot \sin \varphi + r \cdot \cos(\alpha - \varphi) \cdot \sin \varphi + \frac{r \cdot \lambda}{4} \cdot \cos 2(\alpha - \varphi) \cdot \sin \varphi.$$

Wird die rechte Seite der vorstehenden Gleichung ausmultipliziert und werden die Glieder nach Art einer Fourierschen Reihe entwickelt, so findet man

$$\begin{aligned} X = {} & \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha \\ & + \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right) \cdot \sin \varphi \\ & - \frac{1}{8} \cdot r \cdot \lambda \cos 2\alpha \cdot \sin \varphi + \frac{1}{8} \cdot r\lambda \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos \varphi \\ & + \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \sin 2\varphi - \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos 2\varphi \\ & + \frac{r \cdot \lambda}{8} \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin 3\varphi - \frac{r \cdot \lambda}{8} \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos 3\varphi. \end{aligned}$$

Die letzten drei Zeilen der Formel würden sich noch vereinfachen lassen. Hiervon soll jedoch Abstand genommen werden, denn alle Maschinen, die zu besprechen sind, zeigen derartige Zylinderanordnungen, daß jedem Zylinder unter Winkel φ ein solcher unter $-\varphi$ entspricht, der mit ihm in ein und derselben senkrecht zur Maschinenachse stehenden Ebene liegt, oder auch, daß φ zu Null wird.

Ist i die Zylinderzahl der Maschine, so gilt allgemein $\varphi = \frac{360^0}{i}$, wenn ein Kurbelzapfen für alle Getriebe vorhanden ist.

Nun ist $\sin(-\varphi) = -\sin\varphi$. Somit fallen für die fernere Betrachtung der Mehrzylindermaschinen sämtliche Glieder, welche Sinusfunktionen von φ enthalten, fort, da sich ihre Glieder gegenseitig stets wegheben. Aus dem gleichen Grunde addieren sich alle gleichlautenden Glieder, welche Kosinusfunktionen von φ enthalten.

Mit etwas anderer Ordnung der Glieder lautet somit der vereinfachte Ausdruck für X:

$$X = \frac{r}{2} \cdot (1 - \cos 2\varphi) \cdot \sin \alpha + \frac{r\lambda}{8} \cdot (\cos \varphi - \cos 3\varphi) \cdot \sin 2\alpha.$$

In ähnlicher Weise läßt sich der Ausdruck für die Vertikalkomponente Y (Fig. 50) entwickeln. Aus Gl. 44 folgt:

$$Y = \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right) . \cos\varphi + r . \cos(\alpha - \varphi) . \cos\varphi + \frac{r\lambda}{4} \cos(2\alpha - 2\varphi) . \cos\varphi.$$

Durch Ausmultiplizieren und Entwickeln der Glieder nach Art einer Fourierschen Reihe erhält man

$$\begin{aligned} Y = {} & \frac{r}{2} . \cos\alpha \\ & + \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right) . \cos\varphi \\ & + \frac{r . \lambda}{8} . \cos 2\alpha . \cos\varphi + \frac{r\lambda}{8} . \sin 2\alpha . \sin\varphi \\ & + \frac{r}{2} . \cos\alpha . \cos 2\varphi + \frac{r}{2} . \sin\alpha . \sin 2\varphi \\ & + \frac{r\lambda}{8} . \cos 2\alpha . \cos 3\varphi + \frac{r . \lambda}{8} . \sin 2\alpha . \sin 3\varphi. \end{aligned}$$

Auch hier werden sich die Glieder, welche Sinusfunktionen von φ enthalten, für die weiteren Betrachtungen wegheben. Dann findet man für die Koordinaten des Schwerpunktweges

$$\left.\begin{aligned} X = {} & \frac{r}{2} . (1 - \cos 2\varphi) . \sin\alpha \\ & + \frac{r\lambda}{8} (\cos\varphi - \cos 3\varphi) . \sin 2\alpha \\ Y = {} & \left(l - \frac{r . \lambda}{4}\right) . \cos\varphi \\ & + \frac{r}{2} . (1 + \cos 2\varphi) . \cos\alpha \\ & + \frac{r . \lambda}{8} . (\cos\varphi + \cos 3\varphi) . \cos 2\alpha \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 45)$$

Es sei nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen, daß diese Gleichungen nur Gültigkeit haben, wenn sich zu jedem Winkel φ ein Winkel $(-\varphi)$ findet, bzw. wenn beim Vorhandensein nur eines Zylinders φ hierfür zu Null wird. Im anderen Falle müßte auf die ungekürzten Formeln zurückgegriffen werden.

Setzt man in Gl. 45 den Winkel $\varphi = 0$, so gelangt man zur Einzylindermaschine, und Gl. 45 geht in Gl. 38 über.

C. Anwendung auf Mehrzylindermaschinen.

Das Ergebnis läßt sich nun leicht für Mehrzylinder-Maschinen erweitern.

Zeigen die Maschinen eine gerade Anzahl von Zylindern, so sollen diese symmetrisch zur Y-Achse gelegt werden. Ist die Anzahl ungerade, so stellt man am besten einen Zylinder in die Y-Achse und gruppiert die übrigen symmetrisch zu beiden Seiten dieser Achse. Dann tritt der vorhin besprochene Fall ein, daß zu jedem Winkel φ ein $(-\varphi)$ gehört.

Für den Zylinder in der Y-Achse erhält man $\varphi = 0$. Wir sind nun in der Lage nach Gl. 45 die Bewegung eines jeden einzelnen Kolbenschwerpunktes auf der zugehörigen Zylinderachse anzugeben.

Kennt man von einem beliebigen Punkthaufen mit den Massen m_1, m_2 ..... m_i die rechtwinkligen Koordinaten der einzelnen Schwerpunkte x_1 ..... x_i und y_1 ..... y_i, so findet sich nach dem Schwerpunktssatze der Gesamtschwerpunkt des bewegten Punkthaufens aus

$$X = \frac{\sum_1^i (m \cdot x)}{\sum_1^i (m)} \quad \text{und} \quad Y = \frac{\sum_1^i (m \cdot y)}{\sum_1^i (m)}.$$

Im vorliegenden Falle sind die Massen in den einzelnen Kolbenschwerpunkten sämtlich einander gleich; dann vereinfachen sich obige Formeln zu

$$X = \frac{\sum_1^i (x)}{i} \quad \text{und} \quad Y = \frac{\sum_1^i (y)}{i} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46)$$

x und y sind sowohl vom Winkel α als auch von φ abhängig; doch kann, solange φ verändert wird, α als unveränderlich angesehen werden.

Wendet man das in Gl. 46 ausgesprochene Schwerpunktsgesetz auf Gl. 45 an, so geht sie für i Zylinder über in

$$\left.\begin{aligned} X = {} & \frac{1}{i} \cdot \frac{r}{2} \cdot \left[i - \sum_1^i (\cos 2\varphi) \right] . \sin \alpha \\ & + \frac{1}{i} \cdot \frac{r\lambda}{8} \cdot \left[\sum_1^i (\cos \varphi) - \sum_1^i (\cos 3\varphi) \right] . \sin 2\alpha \\ Y = {} & \frac{1}{i} \cdot \left(l - \frac{r \cdot \lambda}{4} \right) . \sum_1^i (\cos \varphi) \\ & + \frac{1}{i} \cdot \frac{r}{2} \cdot \left[i + \sum_1^i (\cos 2\varphi) \right] . \cos \alpha \\ & + \frac{1}{i} \cdot \frac{r \cdot \lambda}{8} \cdot \left[\sum_1^i (\cos \varphi) + \sum_1^i (\cos 3\varphi) \right] . \cos 2\alpha \end{aligned}\right\} \quad . \quad 47)$$

Diese Formel faßt die Schwerpunktsbewegung der rein hin- und hergehenden Massen aller Maschinen, deren i Zylinder in einer senkrecht zur Kurbelwellenachse stehenden Ebene gruppiert sind.

Faßt man nun eine bestimmte Maschine ins Auge, so nimmt der Winkel φ einen bzw. mehrere feste Werte an, und als einzige Veränderliche erscheint der Winkel α. Um die für die Winkel φ, $2\,\varphi$ und $3\,\varphi$ erforderliche Summierung rasch und übersichtlich vornehmen zu können, sollen wieder die Hilfsdrehstrecken I, II und III gewählt werden, mit denen schon in den vorhergehenden Abschnitten gute Erfolge erzielt wurden.

Das Schema I der Hilfsdrehstrecken, welches geometrisch die Lösung des Ausdruckes $\sum_{1}^{i} (\cos \varphi)$ gibt, kommt hier dadurch zustande, daß man sich alle Zylinder mit ihren zugehörigen Kurbelzapfen derart gedreht denkt, daß die Zylinderachsen zusammenfallen. Dann schließen die Kurbeln gegenseitig die Winkel φ miteinander ein und können nunmehr in ihrer Eigenschaft als Drehstrecken ohne weiteres graphisch addiert werden. Der Winkel α spielt bei dieser Betrachtung gar keine Rolle.

Aus der Fig. I des Schemas können in der gewohnten Weise die Figuren II und III ermittelt werden, welche die geometrischen Lösungen der Summenausdrücke $\Sigma\ (\cos 2\,\varphi)$ und $\Sigma\ (\cos 3\,\varphi)$ darstellen.

Wendet man zur Kontrolle die Gl. 47 auf die Einzylinder-Maschine an, so ist $\varphi = 0$ und $i = 1$ zu setzen.

Hiermit folgt:

$$X = 0$$

$$Y = l - \frac{r\,\lambda}{4} + r \cdot \cos \alpha + \frac{r\,\lambda}{4} \cdot \cos 2\,\alpha$$

in Übereinstimmung mit Gl. 38, wobei nur Y an die Stelle von S tritt.

Die erste Anwendung der Gl. 47 gelte den

a) Gabelmaschinen. (Fig. 51.)

Die Zweizylinder-Gabelmaschine. (Fig. 53.)

Von diesen wieder wurden nur jene betrachtet, deren Zylinder einen rechten Winkel einschließen, d. h.

$$\varphi = \pm 45^0;$$

weiterhin gilt

$$i = 2 \text{ bei der Zweizylinder-Maschine.}$$

Zugleich sei die Vereinfachung eingeführt, daß die Achsen beider Zylinder in einer Ebene liegen.

Wird in Fig. 51 der linke Zylinder mit 1, der rechte mit 1′ bezeichnet, so wird in Fig. I des Schemas diese Bezeichnung gerade vertauscht, da

ja beide Zylinder mit zugehörigem Kurbelzapfen so gedreht wurden, daß die zwei Zylinderachsen in die Y-Achse fallen.

Nimmt man noch die Länge der Hilfskurbeln zu „Eins“ an, so ergibt sich

$$I_R = 2 \cdot \cos 45^0 = \sqrt{2}$$

d. h. also

$$\sum_1^2 (\cos \varphi) = \sqrt{2}.$$

Die Fig. II findet sich aus I, indem man nach beiden Seiten die Winkel φ verdoppelt. Als Resultierende erhält man den Wert Null.

II = 0 besagt

$$\sum_1^2 (\cos 2\varphi) = 0.$$

Desgl. folgt:

$$III_R = -2 \cdot \cos 45^0 = -\sqrt{2}$$

d. i.

$$\sum_1^2 (\cos 3\varphi) = -\sqrt{2}.$$

Geht man mit diesen Werten in die Gl. 47, dann bleibt:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha + \frac{r\lambda}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin 2\alpha \\ \text{und} \\ Y &= \frac{l - \frac{r\lambda}{4}}{\sqrt{2}} + \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 48)$$

Setzt man für einen Augenblick $\lambda = 0$, dann geht die Gl. 48 über in

$$\left.\begin{aligned} X' &= \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha \\ Y' &= \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha + \frac{l}{\sqrt{2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 48\,a)$$

Dies Ergebnis besagt nichts anderes, als daß bei unendlich langer Flügelstange die Bewegung des Schwerpunktes nach einem Kreise erfolgt, der seinen Mittelpunkt 0′ im Abstand $\frac{l}{\sqrt{2}}$ auf der Y-Achse hat, und dessen Radius $r' = \frac{r}{2}$ ist; denn sagt man:

$$Y' - \frac{l}{\sqrt{2}} = Y_1',$$

dann ergibt sich durch Quadrieren der zwei Gleichungen 48a und Addition die Kreisgleichung

$$X'^2 + Y_1'^2 = \frac{r^2}{4}.$$

Der Radiusvektor durch den momentanen Schwerpunkt ist stets parallel zur Kurbel gerichtet.

Für endliche Stangenlänge wird die Bewegung des Schwerpunktes etwas verwickelter.

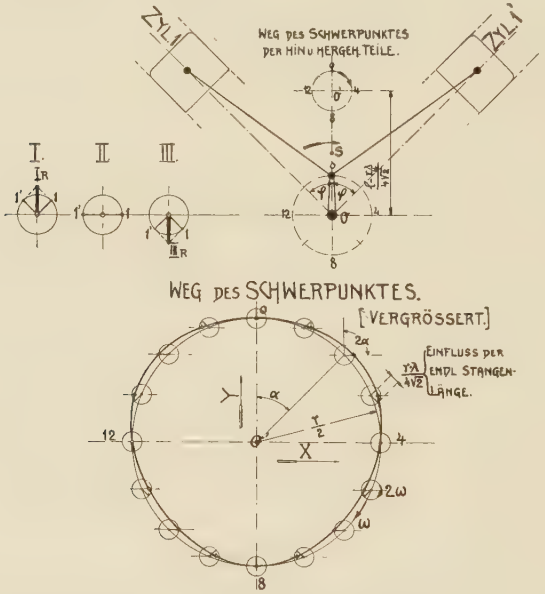


Fig. 51.

Aus Gl. 48 ist leicht zu erkennen, daß die beiden Glieder, welche zusammen die Kreisbewegung ergeben, auch bei $\lambda = \lambda$ vorhanden sind. Nur addiert sich für jeden Winkel α zu dem Radius $\frac{r}{2}$ noch eine Strecke $X'' = \frac{r \cdot \lambda}{4\sqrt{2}} \sin 2\alpha$, welche sich stets in horizontaler Richtung erstreckt, da ja die Y-Komponente fehlt. Man braucht sich den Nullpunkt des Koordinatensystems $X'' - Y''$ nur in den jeweilig durch X' und Y' bestimmten Punkt verlegt zu denken, dann bleibt für die Bewegung zweiter Ordnung die Beziehung

$$X'' = \frac{r \cdot \lambda}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin 2\alpha$$
$$Y'' = 0$$

In Fig. 51 unten ist dieser Vorgang geometrisch gedeutet. Dort ist die Bahn des Schwerpunktes derart konstruiert, daß am Endpunkte des Fahrstrahles $\frac{r}{2}$, der sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht und stets parallel zur wirklichen Kurbel steht, eine zweite Drehstrecke angeheftet ist, deren Länge sich zu $\frac{r\,\lambda}{4\,.\,\sqrt{2}}$ errechnet. Sie steht für $\alpha = 0^0$ in ihrer oberen Totlage und dreht sich mit $2\,\omega$ um ihren Zapfen. Entsprechend $X'' = \frac{r\,\lambda}{4\,\sqrt{2}}\,.\,\sin 2\,\alpha$ kommt von der Länge des Hebelarmes $\frac{r\,.\,\lambda}{4\,\sqrt{2}}$ nur jedesmal der Teil $\sin 2\,\alpha$ in Betracht, der durch Projizieren des Drehstrecken-Endpunktes auf die Horizontale durch den Mittelpunkt des kleinen Drehstreckenkreises erhalten wird.

Zugleich verkleinert sich bei endlicher Stangenlänge der Abstand 0—0′ auf den Wert:

$$\frac{l - \frac{r\,\lambda}{4}}{\sqrt{2}}\,.$$

Wir wollen für diesen bestimmten Fall die Überlegung von Seite 133 und folgenden nochmals kurz wiederholen.

Nachdem nun erkannt ist, welche Bahn der Schwerpunkt der hin- und hergehenden Massen beschreibt, kann dazu geschritten werden, einen Ausgleich anzustreben. Greifen wir wieder zum Falle der unendlichen Stangenlänge zurück, dann ist die Bahn des Schwerpunktes ein Kreis um 0′ (Fig. 51) mit dem Radius $\frac{r}{2}$. Im jeweiligen Schwerpunkt kann man sich die Massen der beiden Kolben und der auf die Kolbenzapfen entfallenden Teile der Flügelstangen vereinigt denken. Würde man demnach auf einer zur Kurbelwelle parallelen Welle in 0′ ein kreisendes Gegengewicht derart anbringen, daß es stets dem Schwerpunkte gegenüberstünde, und mit der im Schwerpunkt vereinigten Masse gleiches statisches Moment bezogen auf 0′ hätte, dann müßte der Schwerpunkt der Massen stets in 0′ liegen, also ruhen.

Somit wäre eine notwendige Bedingung für den Massenausgleich erfüllt. Daß sie für den vollkommenen Ausgleich nicht genügt, ist, wie wir schon wissen, ersichtlich, wenn man die dynamischen Verhältnisse in Betracht zieht.

Greifen an einem beliebigen Körper verschiedene Kräfte an, so halten sie sich nur dann im Gleichgewicht, wenn sie alle durch einen Punkt gehen und die Resultierende Null ergeben.

Bringt man bei den bewegten Massen (Fig. 51 und 49) die Trägheitskräfte an, so ergeben sie sich:

1. Für jeden Kolben zu:

$$P = \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \cos\alpha \qquad \text{(bei } \lambda = 0\text{)}.$$

Diese beiden Massenkräfte gehen stets durch den Punkt 0 und lassen sich dort zu einer Resultierenden zusammensetzen.

2. Für das Gegengewicht als reine Zentrifugalkraft zu:

$$Q = 2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r}{2} = \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r.$$

Der Fahrstrahl für diese Kraft dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω um den Punkt 0′ und fällt bei einer Umdrehung nur zweimal in die Richtung 00′. Wählt man also 0 als Nullpunkt, so wird das Ausgleichgewicht wechselnde Momente bedingen, während die Momente der Kräfte P stets zu Null werden. Für 0′ als Momentenpunkt tritt das Umgekehrte ein.

Bei vollkommenem Ausgleich muß aber nicht nur der Schwerpunkt der bewegten Massen ruhen, es müssen sich auch sämtliche äußeren Kräfte, das sind in unserem Falle die Trägheitskräfte, das Gleichgewicht halten.

Das Gegengewicht muß demnach auf alle Fälle um den Punkt 0 kreisen und nicht um 0′. Der Gesamtschwerpunkt von Gegengewicht und den zwei Massen G_H fällt dann nicht mehr nach 0′, sondern in den Punkt S, welcher, wenn der Hebelarm des Gegengewichtes $= \frac{r}{2}$ ist, die Strecke 00′ halbiert; dort bleibt er unverändert liegen. Man kann sich hiervon leicht überzeugen, indem man das statische Moment aufstellt.

Die Massenkraft des Gegengewichtes beträgt auch jetzt noch

$$Q = \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r.$$

Ihre Richtung ist stets radial und entgegengesetzt dem Kurbelarm gerichtet.

Nun lassen sich auch die zwei Massenkräfte P zusammenfassen. Entfernt sich die Kurbel aus der Achse des Zylinders 1′ um den Winkel α, so ist ihr Abstand aus der Totlage des Zylinders 1 (Fig. 51) im Winkelmaß: $\alpha_1 = \alpha + 90^0$.

Demnach gehören stets die zwei Kräfte zusammen:

$$P_1' = \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \cos\alpha$$

$$P_1 = \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot (\cos\alpha + 90^0) = -\frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin\alpha.$$

P_1 und P_1' stehen stets senkrecht aufeinander, da sie in die Achsen der Zylinder 1 und 1′ fallen. Durch Quadrieren und Addieren der beiden Gleichungen findet man die Resultierende zu

$$P = \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r$$

als eine der Größe nach unveränderliche Kraft, die stets in Richtung der Kurbel fällt, so daß sie für jede Kurbelstellung mit Q im Gleichgewicht ist.

Der Massenausgleich ist somit vollkommen.

Wie verhält sich nun die Maschine mit endlicher Stangenlänge? Wenn wir das Ausgleichgewicht ohnehin nach 0 verlegen müssen, weil ja die Kräfte dort auftreten, so kann auf das konstante Glied bei der Ordinate für Y verzichtet werden. Somit bleibt für die Zweizylindermaschine, wenn die Schwerpunktsbewegung auf das Bahnzentrum bezogen wird (siehe Fig. 51)

$$X = \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha + \frac{r\lambda}{4\sqrt{2}} \cdot \sin 2\,a$$

$$Y = \frac{r}{2} \cdot \cos a.$$

Die Beschleunigungskomponenten für diese Bewegung finden sich durch zweimaliges Differentiieren nach der Zeit zu:

$$\left.\begin{aligned} b_X &= \frac{d^2 X}{dt^2} = -\omega^2 \cdot \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha - (2\,\omega)^2 \cdot \frac{r \cdot \lambda}{4\sqrt{2}} \cdot \sin 2\,\alpha \\ b_Y &= \frac{d^2 Y}{dt^2} = -\omega^2 \cdot \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha \end{aligned}\right\} \quad 48\,b)$$

Für $\lambda = 0$ findet sich die momentane Beschleunigung

$$b = \sqrt{b_X^2 + b_Y^2} = \frac{r}{2} \cdot \omega^2,$$

als Zentripetalbeschleunigung, so daß sich die Massenkraft, wie zuvor schon festgestellt, als reine Zentrifugalkraft berechnen läßt. Zu dieser stets von 0 ausgehenden Kraft P_I (siehe Tab. 12) addiert sich eine zweite Kraft, herrührend von der zusätzlichen horizontalen Beschleunigung

$$-(2\,\omega)^2 \cdot \frac{r \cdot \lambda}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin 2\,\alpha.$$

Abgesehen vom Faktor $\sin 2\,\alpha$ stellt dies ebenfalls eine Zentripetalbeschleunigung dar für den Fall, daß ein Punkt sich im Abstande $\frac{r \cdot \lambda}{4\sqrt{2}}$ und mit der Winkelgeschwindigkeit $2\,\omega$ um seinen Pol dreht.

Bei der Zweizylinder-Gabelmaschine errechnet sich diese Massenkraft zweiter Ordnung zu

$$P_{II}' = 2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot (2\,\omega)^2 \cdot \frac{r\,\lambda}{4\sqrt{2}} = 2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r\,\lambda}{\sqrt{2}}$$

$$= P_I \cdot \frac{2\,\lambda}{\sqrt{2}} = \frac{P_I}{3{,}8} \quad (P_I \text{ s. Tab. 12}).$$

Die Kräfte P_{II}' sind in Tab. 12 für alle Gabelmaschinen eingetragen.

Von der Kraft P_{II}' kommt aber nur der Anteil $P_{II}' \cdot \sin 2\,\alpha$ in Betracht, der in der Richtung der X-Achse, d. h. in der horizontalen Richtung zur Geltung kommt.

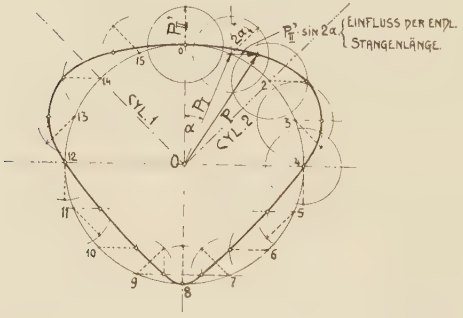


Fig. 52.

Es lassen sich die gesamten Massenkräfte ähnlich darstellen wie die Wege. Der Pol, von dem sie ausgehen, ist der Kurbelwellen-Mittelpunkt 0 (Fig. 52). Für $\lambda = 0$ lägen die Endpunkte der jeweiligen Massenkraft auf einem Kreis mit dem Radius P_I; ihre Richtung fiele stets auf die Kurbel. Heftet man an den Endpunkt des jeweiligen Radiusvektors unter $\sphericalangle\ \alpha$ eine zweite Drehstrecke von der Länge P_{II}', welche mit der Nullinie (vertikal) den Winkel $2\,\alpha$ einnimmt, und projiziert ihren Endpunkt auf eine Horizontale durch den Endpunkt des Fahrstrahls P_I, so hat man die Größe $P_{II}' \cdot \sin 2\,\alpha$ graphisch dargestellt.

Die Gesamtkraft P ist die geometrische Summe

$$P = P_I \dashv\!\rightarrow P_{II}' \cdot \sin 2\,\alpha \text{ (s. Figur 52)},$$

welche nach dem beschriebenen Verfahren rasch und übersichtlich für eine volle Kurbeldrehung dargestellt werden kann. $P = P_I \dashrightarrow P'_{II} \sin 2\,\alpha$ tritt auf, sobald keine Ausgleichmasse vorhanden ist. Ausgleichen läßt sich nur die Massenkraft P_I, und zwar, wie schon erkannt wurde, durch ein Gewicht G_H, welches im Abstande r angebracht und gegen die Kurbel um 180^0 versetzt ist. Das Ausgleichstück muß nicht gerade das Gewicht G_H und diesen Kurbelarm r haben, wenn nur sein statisches Moment, bezogen auf 0, der Größe $G_H \cdot r$ entspricht.

Die Massenkraft $P_{II}' \cdot \sin 2\,\alpha$ läßt sich nicht ausgleichen. Sie ist stets in wagrechter Richtung wirkend mit den Größtwerten $\pm P_{II}'$. Letztere treten bei $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $^3/_4\,\pi$, $^5/_4\,\pi$ usw. auf (siehe Fig. 52).

Vergleicht man die Fig. 51 und 52, welche das Weg- und das Massenkraftdiagramm darstellen, so zeigt es sich, daß das Kraftdiagramm eine bedeutend größere Verzerrung gegenüber der reinen Kreislinie aufweist als die Wegkurve. Der Einfluß der endlichen Stangenlänge kommt wegen des Gliedes $(2\,\omega)^2$ hier 4 mal so stark zum Ausdruck.

Für die weiteren Betrachtungen wird der Voraussetzung gemäß angenommen, daß keine Ausgleichsmasse vorhanden sei. Wir können dann die freien Kräfte für ein Gabelelement von 2 Zylindern wieder durch zwei Drehstrecken I und II (siehe Fig. 53) darstellen. Die Größe der Drehstrecke I entspricht der in Tab. 12 eingeschriebenen freien Kraft P_I. Sie fällt stets auf die Richtung der Kurbel, d. h. rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω.

Die Drehstrecke II entspricht der in Tab. 12 eingeschriebenen Massenkraft $P_{II}' = P_I \cdot \frac{2\,\lambda}{\sqrt{2}}$. Sie rotiert mit $2\,\omega$. Nur ihre horizontale Projektion trägt zur Größe der Massenkraft bei. Aus diesem Grunde ist auch der Fahrstrahl zur Konstruktion der Sinuslinie punktiert gezeichnet.

In Fig. 53 oben ist, ähnlich wie dies in Fig. 46 für die Reihenmaschinen geschah, das Ergebnis für die Zweizylinder-Gabelmaschinen übersichtlich dargestellt.

Nach einer schematischen Zeichnung der Maschine und ihrer Kurbelwelle folgt das Schema der Hilfsdrehstrecken I und II. Weiter rechts sind zum Aufzeichnen der Massenkraftkurven die eigentlichen Drehstrecken für P_I und P_{II}' maßstäblich und richtig stehend aufgetragen. Die Massenkraft selbst wird in eine horizontale (X) und eine vertikale (Y) Komponente zerlegt. Beide zusammen geben das Polardiagramm, welches schon von Fig. 52 her bekannt ist.

Fällt zufälligerweise der Schwerpunkt der ganzen Maschine in die Achse 0 der Kurbelwelle, dann bringen die Massenkräfte P keinerlei Kippmomente hervor. Trifft dies nicht zu, dann errechnet sich das Kippmoment in der Ebene durch die zwei Zylinderachsen zu

$$M = [P_I \dashrightarrow P_{II}' \cdot \sin 2\,\alpha] \cdot a.$$

wenn a der jeweilige senkrechte Abstand des Fahrstrahles P vom Schwerpunkt ist. Hierbei ist angenommen, daß die Maschine vollkommen frei beweglich aufgehängt ist, wie z. B. eine Flugzeugmaschine. Leider sind dem Verfasser keinerlei Angaben über die Lage des Schwerpunktes einer ganzen Maschine zugänglich. Es möge daher angenommen werden, daß er in die Achse der Kurbelwelle fällt. Dann ist die Zweizylinder-Maschine frei von Kippmomenten.

Der Absolutwert der Massenkraft P_I beträgt nach Tab. 12

$P_I = 1450$ kg. Jener der Massenkraft 2. Ordnung
$P_{II}' = 456$ kg.

Die Horizontalkomponente von P_I verläuft nach einer Sinuslinie. Für $\alpha = 0$ ist $P_I = 0$. Die Vertikalkomponente verläuft nach einer Kosinuslinie.

Die Kraft P_{II}' erscheint nur in der Horizontalebene und beginnt bei $\alpha = 0^0$ mit $P_{II}'' = 0$. Der Fahrstrahl II rotiert doppelt so schnell wie I.

Addiert man die Horizontalkomponenten der Kurven P_I und P_{II}', so gelangt man zu der Gesamthorizontalkraft A. Addiert man die gesamte Horizontal- und die Vertikalkomponente B, so gelangt man zu der freien Kraft $P = A \rightarrow B$, dargestellt in Polarkoordinaten. Diese Darstellung deckt sich mit Fig. 52.

Die Vierzylinder-Gabelmaschine (Fig. 53).

Schaltet man zwei Gabelelemente hintereinander, so gelangt man zu der Vierzylinder-Gabelmaschine, deren Zylinder mit 1, 1′, 2 und 2′ bezeichnet werden sollen. Die Kurbel des Elementes 1 ist gegen jene des Elementes 2 um 180^0 versetzt (siehe Fig. 53). Stellt man das Schema I und II auf, so zeigt es sich in I, daß die Kräfte 1. Ordnung wegfallen. Die Kräfte 2. Ordnung in II addieren sich. Da diese nur in der Horizontalen wirken, treten in der vertikalen Richtung überhaupt keine freien Kräfte auf. Entsprechend den zwei Elementen findet man aus Tab. 12

$II = 2\,P_{II}' = 432$ kg, welche den Größtwert der Massenkraft darstellen.

Im Polardiagramm erscheint die Massenkraft als eine horizontale Linie mit der größten Erstreckung von $\pm$ 432 kg.

Zur Bestimmung der Kippmomente ist folgendes zu beachten: Die beiden Elemente liegen in zwei parallelen Ebenen, deren Abstand a wie bei den Reihenmaschinen wieder angenähert $a = 2\,R$ beträgt.

Nun zeigt Fig. 1 des Schemas, daß die Kräfte P_1 und P_2, welche gleich groß sind, stets entgegengesetzte Richtung aufweisen. Sie ergeben also stets ein Drehmoment $M = P \,.\, a$ ($P = P_1 = P_2$). Die Ebene, in welcher das Drehmoment wirkt, ist die Ebene, in welcher die vier Kurbelschenkel liegen. Der Momentenvektor steht senkrecht auf dieser Ebene und rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω.

Es ist daher am vorteilhaftesten, den Verlauf des Momentes in Polarkoordinaten darzustellen. Der Endpunkt des Vektors muß dann stets auf einem Kreise mit dem Radius

$$M = P \,.\, 2\,R \text{ liegen.}$$

Im vorliegenden Falle errechnet sich das Moment zu

$$M = 0{,}15 \,.\, 687 = 103 \text{ mkg},$$

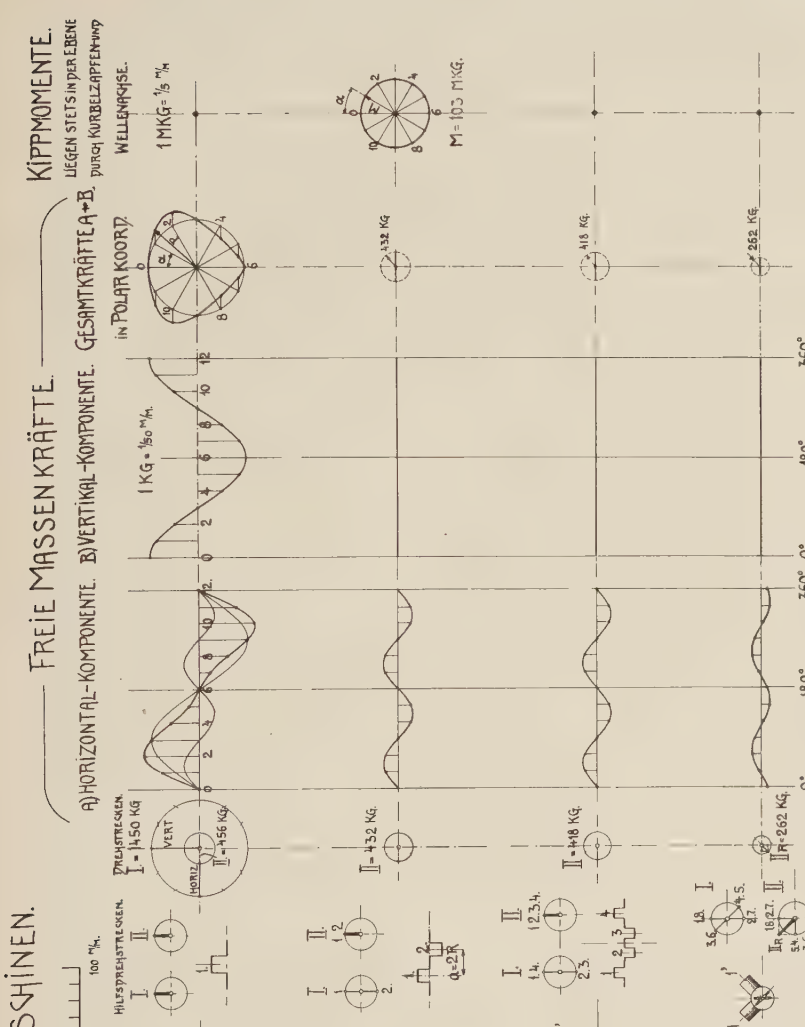


Fig. 53.

Fig. II des Schemas zeigt an, daß die Kräfte P_{II}' immer parallel gerichtet sind. Ihre Kippmomente werden sich also stets zu Null ergänzen.

Durch zwei Gegengewichte, entgegengesetzt den Kurbelschenkeln angebracht, kann das Moment M aufgehoben werden. Das resultierende Kippmomentendiagramm ist ganz rechts in Fig. 53 dargestellt.

Die Achtzylinder-Gabelmaschine (Fig. 53).

Die Kurbelwelle für die vier hintereinander geschalteten Elemente ist die gleiche wie bei der Vierzylinder-Reihenmaschine. Schema I und II ergeben sich daher wie gezeichnet. Die freien Kräfte erster Ordnung heben sich auf. Der Größtwert der Kräfte zweiter Ordnung, welche wieder nur in wagerechter Richtung verlaufen, ergibt sich nach Tab. 12 zu $II = 4 \,.\, P_{II}' = 418$ kg. Hiermit läßt sich der Verlauf der Kräfte für die ganze Kurbeldrehung darstellen. Das Polardiagramm der Massenkräfte gibt wieder eine horizontale Gerade. Der Endpunkt der jeweiligen Kraft findet sich durch Herunterloten des Endpunktes der unter Winkel $2\,\alpha$ stehenden Drehstrecke II, dessen Bahn durch den punktierten Kreis angegeben ist.

Bezüglich der Kippmomente zeigt das Schema I, daß die paarweise gleichgerichteten Kräfte erster Ordnung symmetrisch zur Mittelebene liegen. Ihre Momente heben sich gegenseitig auf. Die Kräfte zweiter Ordnung liegen alle vier in einer Richtung, so daß auch sie keine freien Kippmomente auflösen können. Das Diagramm der Kippmomente schrumpft auf einen Punkt zusammen.

Die Sechzehnzylinder-Gabelmaschine (Fig. 53).

Die Kurbelwelle zeigt jene Anordnung, welche nach je 45^0 Kurbeldrehung eine Explosion ermöglicht. Sie ist vom ersten Abschnitt her bekannt und in Fig. 53 nochmals im Schema gezeichnet. Die Ebene, in welcher die Kurbeln der Elemente 1, 2, 7 und 8 liegen, ist um 45^0 gedreht gegenüber jener Ebene, welche die Zapfen der Kurbeln 3, 4, 5 und 6 enthält. Diese Kurbelwelle ist bei der Antoinettemaschine im Laboratorium der Aachener Technischen Hochschule ausgeführt.

Sie läßt aber nicht zu, daß die Maschine erschütterungsfrei läuft. Denn, stellen wir das Schema der Hilfsdrehstrecken auf, so zeigt es sich, daß wohl die Massenkräfte erster Ordnung sich gegenseitig aufheben, daß aber die Kräfte zweiter Ordnung stets eine Resultierende ergeben, welche der Maschine in einer durch die Achse gehenden horizontalen Ebene Impulse erteilt. Die beiden aufeinander senkrecht stehenden Komponenten dieser Resultierenden II_R finden sich aus Tab. 12 zu je

$$4 \,.\, P_{II}' = 4 \,.\, 46{,}3 = 185{,}2 \text{ kg}$$

und II_R selbst zu

$$II_R = 185{,}2 \,.\, \sqrt{2} = 262 \text{ kg}.$$

Die Nullstellung der Hilfsdrehstrecke II_R liegt bei -45^0. Somit läßt sich die ganze Schwingung, die in der horizontalen Ebene erfolgt, aufzeichnen. Sie erscheint im Polardiagramm wieder als eine horizontale Strecke.

Freie Kippmomente treten hier nicht auf. Alle Kräfte I. Ordnung liegen zu je vieren in zwei kreisenden Ebenen. Jede Ebene für sich betrachtet liefert den Momentenvektor Null, so daß das resultierende Moment ebenfalls Null werden muß. Ähnliches ergibt sich auch bei der Betrachtung der Kräfte 2. Ordnung.

Wollte man die Sechzehnzylinder-Maschine völlig erschütterungsfrei herstellen, so müßte die Kurbelwelle in zwei zueinander senkrecht stehenden Ebenen liegen (siehe Fig. 53 links unten). Dies hat aber den Nachteil, daß die Zündungen — in je 2 Zylindern gleichzeitig — nur in Abständen von 90^0 folgen können, d. h. der Ungleichförmigkeitsgrad δ der Sechzehnzylinder-Maschine würde auf den Wert, wie er bei der Achtzylinder-Maschine gefunden wurde, sinken.

Wendet man derart viele Zylinder an, so ist das Kurbelgehäuse sehr kräftig auszuführen, da es sonst bei seiner großen Baulänge nicht imstande ist, den sich gegenseitig aufhebenden „inneren Momenten"-Widerstand zu leisten. Zudem dreht sich die Momentenebene I mit der Geschwindigkeit der Kurbel um das Wellenmittel, so daß das Gehäuse in bezug auf jede Schwerpunktsachse steif genug sein muß, um Durchbiegungen, die als Erschütterungen empfunden werden, zu verhindern.

Die inneren Momente zweiter Ordnung kommen weniger mehr in Betracht, da sie im doppelten Takt der Maschine auftreten, so daß die Massen in dieser kurzen Zeit keine großen Ausschläge aus ihrer Mittellage machen können; es sei denn, daß Resonanz mit der Eigenschwingungszahl des Maschinenrahmens eintreten würde.

b) Sternmaschinen (Fig. 56).

Um den Schwerpunktsweg der hin- und hergehenden Massen bei Sternmaschinen zu ermitteln, müssen wir wieder auf Gl. 47 zurückgreifen.

Zweizylinder-Sternmaschine (Fig. 54).

Kurbelwinkel 0^0.

Die Ausführung dieser Maschine ist gewöhnlich derart, daß die Zylinder wagerecht liegen. Somit hat man

für Zylinder 1 . . . . . $\varphi_1 = +90^0$
für Zylinder 2 . . . . . $\varphi_2 = -90^0$

Zeichnet man sich hiermit das Schema der Hilfsdrehstrecken I,

II und III für φ auf und setzt die Länge jeder Drehstrecke gleich 1, so findet man

$$\text{I} = \sum_{1}^{2} (\cos \varphi) = 0$$

$$\text{II} = \sum_{1}^{2} (\cos 2\varphi) = -2 \left\{ \begin{array}{l} \text{Drehstrecke, für } \alpha = 0^0 \\ \text{nach abwärts gerichtet.} \end{array} \right.$$

$$\text{III} = \sum_{1}^{2} (\cos 3\varphi) = 0.$$

Mit diesen Werten geht Gl. 47 über in

$$X = r \cdot \sin \alpha; \quad Y = 0.$$

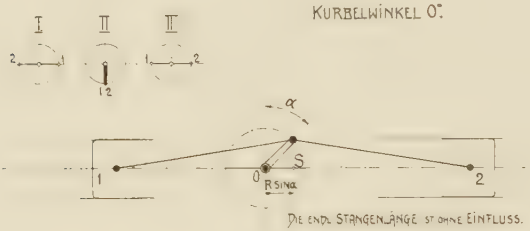


Fig. 54.

Wie es zu erwarten war, bleibt der Schwerpunkt in der X-Achse liegen, und zwar ist seine jeweilige Lage S durch die Projektion des Kurbelzapfenmittels auf die gemeinsame Achse beider Zylinder gekennzeichnet (siehe Fig. 54). Die endliche Stangenlänge ist ohne Einfluß.

Durch zweimaliges Differentiieren nach der Zeit findet man die Beschleunigung der im Schwerpunkt gedachten Masse vom Gewichte $2 \cdot G_H$ zu:

$$b = \frac{d^2 x}{dt^2} = -r \cdot \omega^2 \cdot \sin \alpha$$

und die Massenkraft selbst zu

$$P = 2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin \alpha$$

$$= 2 \cdot P_I \cdot \sin \alpha = 2900 \cdot \sin \alpha \quad . \quad . \quad . \text{ kg} \quad \text{(Fig. 56).}$$

Sie verläuft in der Achse der Zylinder, d. h. in wagerechter Richtung. Ihre jeweilige Größe findet sich als Horizontalprojektion der Drehstrecke P. Die Drehstrecke selbst fällt stets mit der Richtung der Kurbel zusammen.

Diese Massenkraft läßt sich nicht durch eine rotierende Masse ausgleichen. Am besten kann man dies aus dem Polardiagramm ersehen.

Bei der Sternmaschine liegen alle Zylinder in einer Ebene, daher können Kippmomente nicht auftreten.

Würde man ein zweites Element von zwei Zylindern, dessen Kurbel gegen die erste um 180^0 versetzt ist, zu dem ersten hinzuzufügen, dann würden die freien Kräfte dieser liegenden Vierzylindermaschine zu Null werden. Übrig bliebe nur noch das Kippmoment $M = P \cdot a$ in der Ebene der 4 Zylinder, wenn a der Achsabstand der beiden Elemente ist.

Erst durch Hinzufügen noch zwei weiterer Elemente, also bei der liegenden Achtzylindermaschine, würden freie Kräfte und Kippmomente verschwinden, sobald ihre Kurbelwelle die Form wie bei der Vierzylinder-Reihenmaschine aufweist. Hinsichtlich des Ungleichförmigkeitsgrades haben diese 8 Zylinder gegenüber der Vierzylinder-Maschine keinen Vorsprung, denn stets müssen die Arbeitshübe zweier Zylinder zusammenfallen. Die 4 in einer Ebene liegenden Kurbelzapfen gestatten in diesem Falle nur Zündabstände von 180^0.

Die Dreizylinder-Sternmaschine (Fig. 56).

Bei der Dreizylinder-Sternmaschine betragen die Winkel φ:

$$\varphi_1 = 0^0, \quad \varphi_2 = -120^0 \text{ und } \varphi_3 = +120^0.$$

Zeichnet man hiermit Schema I—III auf, so findet sich (Fig. 55)

$$\sum_1^3 (\cos \varphi) = 0; \quad \sum_1^3 \cos (2\varphi) = 0 \text{ und } \sum_1^3 \cos (3\varphi) = 3.$$

Geht man hiermit in Gl. 47, so ergeben sich die Koordinaten für die Schwerpunktsbewegung zu

$$X = \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha - \frac{r \cdot \lambda}{8} \cdot \sin 2\alpha$$

und

$$Y = \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha + \frac{r \cdot \lambda}{8} \cdot \cos 2\alpha.$$

Wären die Flügelstangen unendlich lang, also $\lambda = 0$, so würde sich der Schwerpunkt auf einem Kreise mit dem Halbmesser $\frac{r}{2}$ bewegen und müßte stets auf dem Kurbelarm liegen.

Für die ausgeführte Maschine, also ohne Vernachlässigung der endlichen Stangenlänge, kommt zu dieser Bewegung noch eine zweite Kreisbewegung mit dem Radius $\frac{r \cdot \lambda}{8}$ und der Drehgeschwindigkeit 2ω. Merkwürdigerweise ist der Drehsinn der zweiten Kreisbewegung entgegengesetzt dem der ersten; dies geht aus den negativen Vorzeichen der Funktion $\sin 2\alpha$ hervor.

Wie in Fig. 55 gezeigt, läßt sich die Schwerpunktsbahn rasch konstruieren. An eine Drehstrecke von der Länge $\frac{r}{2}$, die sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht, wird eine zweite von der Länge $\frac{r \cdot \lambda}{8}$ gehängt, die sich mit $2\,\omega$ entgegengesetzt der ersten dreht. Ihr Endpunkt gibt die jeweilige Lage des Schwerpunktes an.

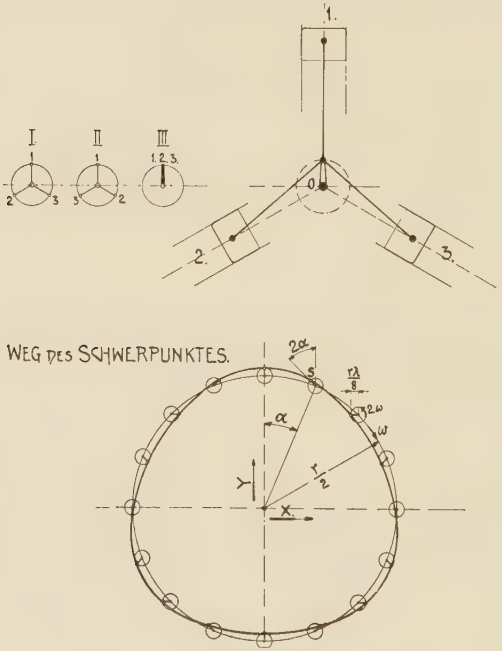


Fig. 55.

Wenn man entgegengesetzt der Kurbelrichtung eine Masse aufkeilt, deren statisches Moment, bezogen auf die Kurbelachse, $3 \cdot G_H \cdot \frac{r}{2}$ beträgt, so bleibt als Schwerpunktsbewegung noch der kleine Kreis mit dem Halbmesser $\frac{r \cdot \lambda}{8}$ und der Winkelgeschwindigkeit $2 \cdot \omega$. Seine Drehung erfolgt um das Kurbelwellenmittel.

Durch zweimaliges Differentiieren nach der Zeit erhält man die Komponenten der Beschleunigung der im Schwerpunkt vereinigt gedachten Massen $3 \cdot \frac{G_H}{g}$ zu:

$$b_X = -\frac{r}{2}\,\omega^2 \cdot \sin\alpha + \frac{r \cdot \lambda}{2} \cdot \omega^2 \cdot \sin 2\alpha = -b_{X'} + b_{X''}$$

$$b_Y = -\frac{r}{2}\,\omega^2 \cdot \cos\alpha - \frac{r \cdot \lambda}{2} \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha = -b_{Y'} - b_{Y''}.$$

Sie lassen sich zusammenfassen zu:

$$b = \sqrt{b_{X'}^2 + b_{Y'}^2} \rightarrow \sqrt{b_{X''}^2 + b_{Y''}^2}$$

$$= \frac{r}{2} \cdot \omega^2 \rightarrow \frac{r \cdot \lambda}{2} \cdot \omega^2,$$

der geometrischen Summe der Zentripetalbeschleunigungen, welche sich aus den zuvor gefundenen Kreisbewegungen ergeben. Es wurde hierbei wieder das Koordinatensystem X'' Y'' nach dem jeweiligen durch X' und Y' gegebenen Punkte verlegt.

Die gesamte Massenkraftkurve läßt sich demnach ähnlich aufzeichnen wie die Wegkurve. Nur stellen die Fahrstrahlen diesmal Kräfte dar.

Die Größe des Kraftfahrstrahles I in Fig. 56, der stets in Richtung der Kurbel und entgegegesetzt gerichtet der Beschleunigung fällt, ergibt sich zu:

$$3 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \frac{r}{2} \cdot \omega^2 = \frac{3}{2} \cdot P_I = \frac{3}{2} \cdot 905 = 1358 \text{ kg (s. Tab. 12).}$$

Diese Massenkraft kann, wie wir erkannten, ausgeglichen werden. Die Massenkraft zweiter Ordnung wird anschaulich gemacht durch die Drehstrecke II, deren Größe zu

$$3 \cdot \frac{r \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 = \frac{3}{2} \cdot P_{II} = \frac{3}{2} \cdot 201 = 301{,}5 \text{ kg}$$

ermittelt wird. Für $\alpha = 0^0$ fällt ihre Richtung mit dem Fahrstrahl I zusammen. Die weitere Bewegung um den Endpunkt des Fahrstrahles I erfolgt mit der relativen Winkelgeschwindigkeit $2\,\omega$ entgegengesetzt dem Kurbeldrehsinn, siehe Fig 56. Dort ist die Gesamtkraft wieder in die wagerechte und die senkrechte Komponente zerlegt, was zu reinen Sinus- bzw. Kosinuslinien führt. Am übersichtlichsten ist jedoch die Darstellung rechts, in Polarkoordinaten, weil sie das tatsächlich auftretende Kraftbild wiedergibt.

Die Fünfzylinder-Sternmaschine (Fig. 56).

Für diese Maschine gilt:

$$\varphi_1 = 0^0;\ \varphi_2 = +72^0;\ \varphi_5 = -72^0;\ \varphi_3 = +144^0;\ \varphi_4 = -144^0.$$

Bildet man mit diesen Winkeln das Schema I—III, so zeigt es sich, daß die Resultierende immer Null ergibt, d. h.

$$\sum_1^5 (\cos \varphi) = 0;\ \sum_1^5 (\cos 2\varphi) = 0 \text{ und } \sum_1^5 (\cos 3\varphi) = 0.$$

Dies gilt auch für jede größere Zylinderzahl. — Das gleiche Ergebnis würde sich schon bei einer Vierzylinder-Sternmaschine einstellen. Sie wird jedoch trotz dieses Vorteils in bezug auf Erschütterungsfreiheit wegen der Ungleichheit ihrer Zündabstände nicht ausgeführt.

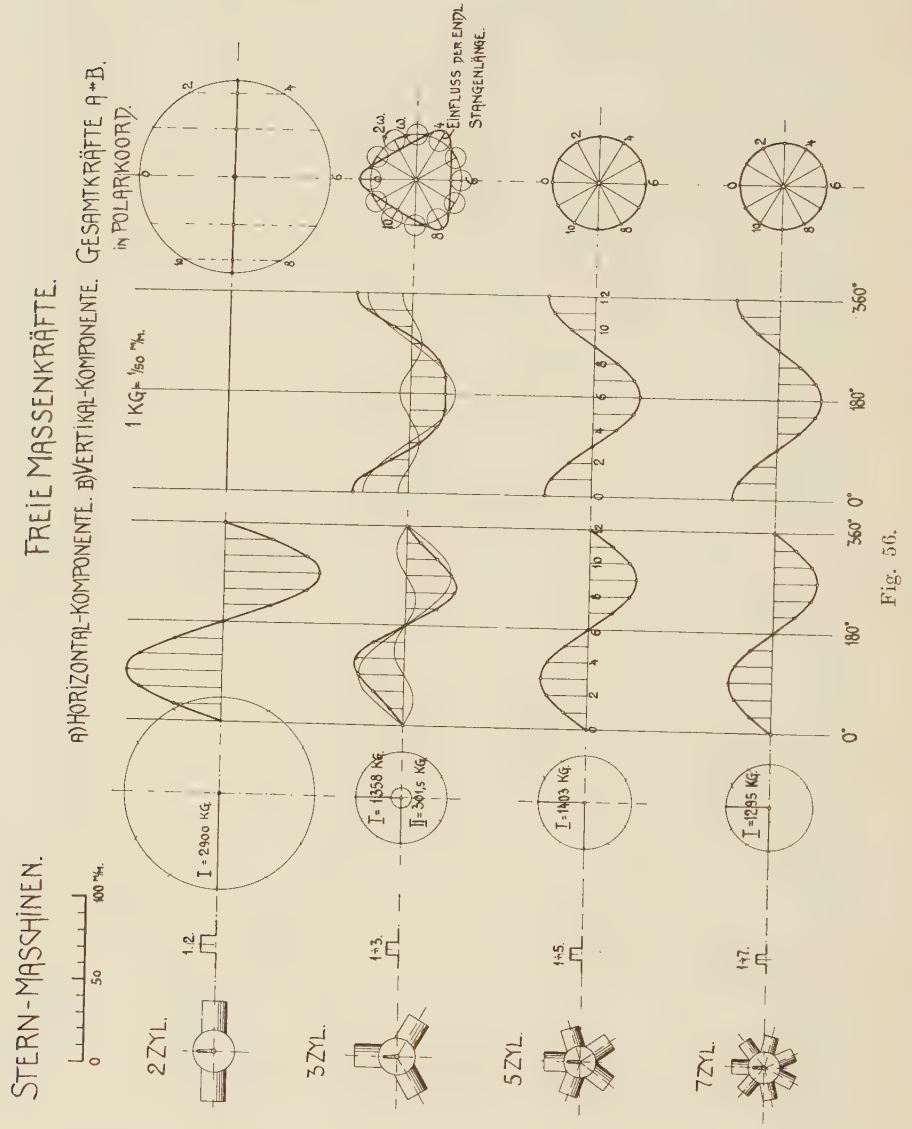


Fig. 56.

Die Gl. 47 geht also von der Vierzylinder-Maschine an über in:

$$X = \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$Y = \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha$$

d. h. bei allen Sternmaschinen, welche mehr als drei Zylinder aufweisen, bewegt sich der Schwerpunkt der hin- und hergehenden Massen auf einem Kreis mit dem Radius $\frac{r}{2}$ und liegt stets auf dem Kurbelarm. Diese Maschinen können daher sämtlich ausgeglichen werden.

Die Zentripetalbeschleunigung folgt wie bekannt zu

$$b = -\frac{r}{2} \cdot \omega^2$$

und die Massenkraft, welche als reine Fliehkraft zu berechnen ist, bei i Zylindern zu

$$P = i \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \frac{r}{2} \cdot \omega^2 = \frac{i}{2} \cdot P_I \text{ } (P_I \text{ aus Tab. 12}).$$

Für die Fünfzylinder-Maschine ergibt dies:

$$P = \frac{5}{2} \cdot 561 = 1403 \text{ kg}.$$

Das Polardiagramm dieser Massenkraft geht in einen Kreis vom Halbmesser P = 1403 kg über.

Die Siebenzylinder-Sternmaschine (Fig. 56).

Nach dem oben Gesagten errechnet sich die Massenkraft auch hier aus der Gleichung:

$$P = \frac{i}{2} \cdot P_I.$$

Ihr Absolutwert beträgt nach Tab. 12

$$P = \frac{7}{2} \cdot 371 = 1298 \text{ kg}.$$

Das Polardiagramm ist ein Kreis mit dem Halbmesser P.

c) Fächermaschinen (Fig. 63).

Wie wir von früher her schon wissen, entstehen die Fächermaschinen aus der Sternanordnung dadurch, daß jene Zylinder, welche unterhalb der durch das Wellenmittel gezogenen Horizontalebene liegen, mit samt ihren Kurbelzapfen um 180° weiter gedreht sind, so daß alle Zylinder nach oben zu stehen kommen. Die Kurbelwelle erhält sodann zwei Zapfen, die um 180° versetzt sind; zugleich müssen mit Rücksicht auf die Ausbildung der Kurbelwelle und auf den Platzbedarf die geklappten Zylinder aus ihrer ursprünglichen Ebene heraustreten. Sie liegen in einer ihr parallelen Ebene.

Zu den Fächermaschinen sind noch zwei Arten zu rechnen, die nicht auf die besprochene Weise entstanden:

1. Die Zweizylinder-Maschine mit gegenüberliegenden Zylindern und zwei Kurbelzapfen (Fig. 57) und
2. die Dreizylindermaschine in Fächeranordnung mit nur einem Kurbelzapfen, welche trotz ihrer ungleichen Zündabstände [1]) zu finden ist. (Fig. 58.)

Die Zweizylinder-Fächermaschine (Fig. 57).

Kurbelwinkel 180^0.

Diese Maschine wird in der Praxis gewöhnlich als Zweizylinder-Maschine mit liegenden Zylindern bezeichnet.

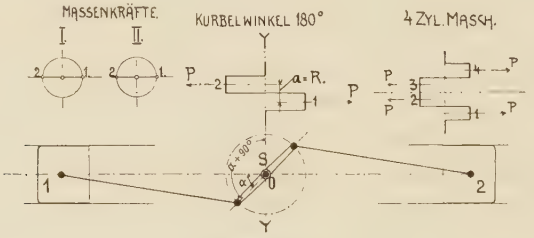


Fig. 57.

Aus Fig. 57 ist ohne weiteres zu ersehen, daß der Schwerpunkt S der Massen $\frac{G_H}{g}$ dauernd in der Achse 0 der Kurbelwelle liegen bleibt, denn für jede Kurbelstellung entfernen sich die beiden Kolben gleich weit von 0. Es können somit keine freien Massenkräfte entstehen.

Zu diesem Ergebnis gelangen wir auch auf etwas anderem Wege. Die Maschine besteht aus zwei Einzylinder-Maschinen, deren Achsen einen Winkel von 180^0 miteinander einschließen. Ist die Kurbel von Zylinder 1 in ihrer inneren Totlage, so gilt dies auch für die Kurbel des zweiten Zylinders. Ein Unterschied gegen früher liegt darin, daß diese Kurbeln nun um 180^0 versetzt sind. Das gleiche läßt sich auch für die Drehstrecken I und II aussprechen, welche die Massenkräfte P_I und P_{II} jeder der beiden Einzylinder-Maschinen darstellen, so daß sie darauf hindeuten, daß die Massenkräfte erster und zweiter Ordnung verschwinden.

Nicht so günstig ist die Maschine hinsichtlich der Kippmomente, denn hierzu tragen sowohl die Massenkräfte erster als auch jene zweiter Ordnung bei. In Übereinstimmung mit praktischen Ausführungen

[1]) Rumpler erhielt auf ihren Massenausgleich das DRP. Nr. 219 226 vom 29. März 1907.

(Dutheil Chalmers & Co.) [1]) ermittelt sich der Achsenabstand — a — der zwei Zylinder angenähert gleich dem Kurbelradius R, zu a = R.

Das Kippmoment, welches in der Ebene der beiden Zylinder verläuft, folgt hiermit zu:

$$M = P \,.\, a = \left[P_I \,.\, \cos\,(\alpha + 90^0) + P_{II} \,.\, \cos\,2\,(\alpha + 90^0)\right] \,.\, a.$$

Statt α ist hier $\alpha + 90^0$ zu setzen, weil der Kurbeldrehwinkel von der senkrechten (Y-) Achse aus gerechnet wird und nicht von einer Kurbeltotlage aus, für welche letztere ja gefunden wurde:

$$P = P_I \,.\, \cos\,\alpha + P_{II} \,.\, \cos\,2\,\alpha.$$

Formt man den Ausdruck für M um, so ergibt er:

$$M = -\,a \,.\, P_I \,.\, \sin\,\alpha - a \,.\, P_{II} \,.\, \cos\,2\,\alpha.$$

Nun entnimmt man aus Tab. 12:

$$a = R = 0{,}085\text{ m},\ P_I = 1450\text{ kg und } P_{II} = 322\text{ kg},$$

so daß das Kippmoment zahlenmäßig folgt zu

$$M = -\,123 \,.\, \sin\,\alpha - 27{,}4 \,.\, \cos\,2\,\alpha \,\ldots\, \text{mkg}.$$

Mit den Drehstrecken 123 mkg und 27,4 mkg sind die Kurven in Fig. 63 aufgezeichnet.

Fügt man noch ein zweites Element von 2 Zylindern zu, derart, daß die gemeinsame Kurbelwelle die in Fig. 57 rechts angegebene Gestalt annimmt, dann heben sich sowohl die freien Massenkräfte als auch die Kippmomente auf. Es ist dies eine Vierzylinder-Maschine, welche ohne Zuhilfenahme von Zusatzmassen völlig ausgeglichen ist. Leider zeigt sie diesem Vorteil gegenüber auch einen Nachteil. Bezüglich des Gleichganges steht sie nämlich auf der Stufe der Zweizylinder-Maschine, weil sie nur Zündabstände von 360° gestattet. Es fallen daher die Arbeitsdiagramme zweier Zylinder stets zusammen. Das Schwungradgewicht wird ungefähr 3 mal so groß, als es bei einem Zündabstand von 180° werden könnte.

Die Dreizylinder-Fächermaschine (Fig. 63)

mit einem Kurbelzapfen. (Alle drei Zylinder in einer Ebene.)

Bei der Dreizylinder-Sternmaschine war der Winkel φ zwischen 2 benachbarten Zylindern

$$\varphi = \frac{360}{3} = 120^0.$$

Vergrößert man diesen Winkel um 180°, dann steigt er bei Zylinder 2 auf den Wert $\varphi = 300^0$, der sich, ohne daß sich die Ergebnisse ändern,

[1]) Vorreiter, Motore für Luftschiffahrt und Flugmaschinen 1910, S. 117.

auch als $\varphi = -60^0$ schreiben läßt, während er für Zylinder 3 den Wert $\varphi = 2 \,.\, 120^0 + 180^0 = 420^0$ oder, was das gleiche ist, $\varphi = +60^0$ annimmt.

In Fig. 58 ist für diese Winkel:

$$\varphi_1 = 0^0,\ \varphi_2 = -60^0 \text{ und } \varphi_3 = +60^0$$

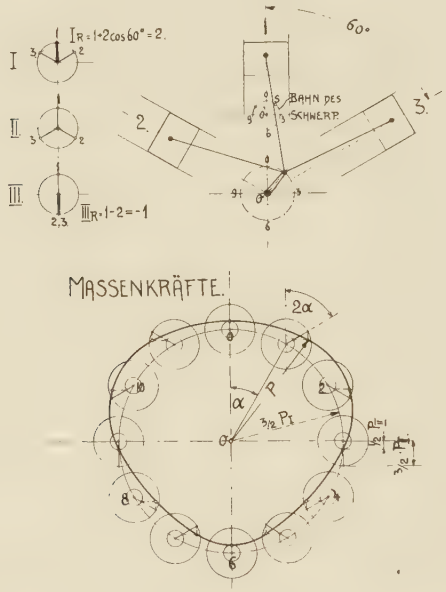


Fig. 58.

das Hilfsschema I—III gezeichnet. Es ergibt:

$$\text{I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = \sum_1^3 (\cos \varphi) = 1 + 2 \,.\, \cos 60^0 = 2$$

$$\text{II} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = \sum_1^3 (\cos 2\,\varphi) = 0$$

$$\text{III} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = \sum_1^3 (\cos 3\,\varphi) = 1 - 2 = -1.$$

Hiermit geht die Gl. 47 über in

$$X = \frac{r}{2} \,.\, \sin \alpha + \frac{r\,\lambda}{8} \,.\, \sin 2\,\alpha$$

$$Y = \frac{2}{3} \,.\, \left(l - \frac{r\,\lambda}{4}\right) + \frac{r}{2} \,.\, \cos \alpha + \frac{r\,\lambda}{24} \,.\, \cos 2\,\alpha.$$

Der Schwerpunkt würde also auch hier sich auf einem Kreis mit dem Radius $\frac{r}{2}$ um den Punkt $Y = \frac{2}{3} \cdot \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right)$ bewegen, wenn die Flügelstangen unendlich lang wären. Bei endlicher Stangenlänge kommt zu dieser Kreisbewegung noch eine gleichläufige Ellipsenbewegung um den jeweiligen Endpunkt der Drehstrecke des Kreises hinzu. Die Halbachsen dieser Ellipse finden sich aus:

$$X' = \frac{r\lambda}{8} \sin 2\alpha \text{ und } Y' = \frac{r \cdot \lambda}{24} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\text{zu } \frac{r\lambda}{8} \text{ und } \frac{r\lambda}{24}; \text{ bei } \lambda = \frac{1}{4{,}5} \text{ zu } \frac{r}{36} \text{ und } \frac{r}{108}.$$

Sie wird also erzeugt mit Hilfe zweier Drehstrecken obiger Größe, welche mit der Winkelgeschwindigkeit 2ω und im Sinne der Kurbel kreisen.

In Fig. 58 oben ist diese Dreizylinder-Maschine mit dem Schwerpunktsweg ihrer hin- und hergehenden Massen eingezeichnet. Er unterscheidet sich kaum von einer Kreisbewegung um den Mittelpunkt 0′, der um $\frac{2}{3} \cdot \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right)$ über 0 liegt. Ein größerer Unterschied gegenüber der Kreisform tritt zutage, sobald wir die Kräfte bestimmen und aufzeichnen. Die Beschleunigungskomponenten ergaben sich zu:

$$b_X = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{r}{2} \cdot \omega^2 \cdot \sin\alpha - \frac{r\lambda}{2} \cdot \omega^2 \cdot \sin 2\alpha$$

$$b_Y = \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{r}{2} \cdot \omega^2 \cdot \cos\alpha - \frac{r\lambda}{6} \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha.$$

Durch Multiplikation mit der Masse $3\,\frac{G_H}{g}$ erhält man die Beschleunigungskräfte, welche entgegengesetzt dem Pfeil der Beschleunigung gerichtet sind.

$$P_X = \frac{3}{2} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \sin\alpha + \frac{3}{2} \cdot r \cdot \lambda \cdot \omega^2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \sin 2\alpha$$

$$P_Y = \frac{3}{2} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2} \cdot r \cdot \lambda \cdot \omega^2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \cos 2\alpha.$$

Dies läßt sich auch schreiben:

$$P_X = \frac{3}{2} \cdot P_I \cdot \sin\alpha + \frac{3}{2} \cdot P_{II} \cdot \sin 2\alpha = 1357{,}5 \cdot \sin\alpha + 301{,}5 \cdot \sin 2\alpha$$

$$P_Y = \frac{3}{2} \cdot P_I \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2} \cdot P_{II} \cdot \cos 2\alpha = 1357{,}5 \cdot \cos\alpha + 100{,}5 \cdot \cos 2\alpha.$$

P_I und P_{II} sind aus Tab. 12 zu entnehmen.

In Fig. 58 ist der Verlauf dieser Kraft dargestellt. Am Endpunkt der mit ω kreisenden Strecke $\frac{3}{2} P_I$ sind zwei weitere mit 2ω kreisende Strecken, nämlich $\frac{3}{2} . P_{II}$ und $\frac{1}{2} . P_{II}$ angeheftet, deren Richtungen stets zusammenfallen. Von $\frac{3}{2} . P_{II}$ ist stets nur die Horizontalprojektion zu benützen und von $\frac{1}{2} . P_{II}$ nur die Projektion auf die vertikale Y-Achse, so daß eine Ellipsenkonstruktion auszuführen ist. Der jeweilige Ellipsenpunkt ist der Endpunkt der Gesamtmassenkraft $P = \Sigma P_I \rightarrow \Sigma P_{II}$.

Ausgleichbar sind nur die Kräfte erster Ordnung. Dann bleiben als Kräfte zweiter Ordnung jene, welche sich aus der Ellipsenkonstruktion ergeben. Sie reihen sich um den Punkt 0 als Pol.

Das DRP. Nr. 219 226 des Herrn Rumpler erstreckt sich auf den Ausgleich erster Ordnung. Die freien Kräfte zweiter Ordnung betragen aber im Maximum immerhin noch 301,5 kg, d. i. $\frac{P}{4{,}5}$.

Die Dreizylinder-Fächermaschine mit 2 Kurbelzapfen (Fig. 63 und Fig. 60).

Sie geht aus der Sternmaschine auf die eingangs erwähnte Weise hervor und zeigt wie jene gleiche Zündabstände. Die Zylinder liegen also in zwei Ebenen, in der vorderen Ebene V und der hinteren Ebene H (siehe Fig. 59).

Im vorliegenden Falle soll der vertikal stehende Zylinder 1, für den $\varphi = 0^0$ gilt in der vorderen Ebene (V), liegen, während die Zylinder 2 und 3 mit $\varphi = 60^0$ bzw. -60^0 in die Ebene H fallen. Die freien Kräfte P_V der Zylinders 1 verlaufen immer in der Achse dieses Zylinders. Jene der Zylinder 2 und 3 bilden eine Resultierende P_H, welche sich ähnlich wie bei der Zweizylinder-Gabelmaschine um den Schnittpunkt der beiden Zylinder-Achsen dreht und zugleich von veränderlicher Größe ist. Um den Gesamtverlauf der freien Kräfte aller drei Zylinder zu studieren, verlegen wir die Kräfte P_V und P_H in die Ebene durch den Schwerpunkt der 3 Zylinder, welche außerdem wie die Ebenen V und H senkrecht zur Kurbelachse stehen soll.

Aus den Zeichnungen von R. Esnault Pelterie (Mémoires de la Société des Ing. civils 1907, 2. Band, S. 152) läßt sich der Abstand a der zwei Ebenen V und H im Mittel entnehmen zu:

$$a \sim 1{,}5 . R.$$

Die Schwerpunktsebene liegt zwischen beiden, und zwar im Abstande $a_H = \frac{a}{3}$ von Ebene H und $a_V = \frac{2}{3}$. a von Ebene V, wenn man die Abstände nach der Verteilung der hin- und hergehenden Massen bemißt. In der Schwerpunktsebene lassen sich die Kräfte P_V und P_H zusammen fassen zu

$$P_V \dashrightarrow P_H = P.$$

Die Größe P muß auch aus der Bewegung des Gesamtschwerpunktes der hin- und hergehenden Massen, welche in die Schwerpunktsebene projiziert wird, erhalten werden. Wir können also zur Ermittelung der freien Kräfte genau so verfahren wie bisher.

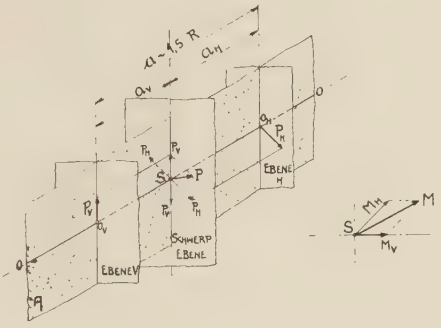


Fig. 59.

Zuvor ist jedoch die Gl. 47 sinngemäß umzugestalten. Wie wir uns erinnern, wurde sie aufgestellt unter der Annahme eines einzigen Kurbelzapfens, dessen augenblickliche Stellung durch den Winkel α gekennzeichnet ist. Bei den Fächermaschinen liegt nun ein Teil der Zylinder in der vorderen Ebene. Die Anzahl derselben sei mit i_V bezeichnet. Der Rest i_H liegt in der hinteren Ebene. Hierbei gilt:

$$i = i_V + i_H.$$

Für i_V Zylinder bleibt daher der bisherige Kurbelwinkel α, während für i_H Zylinder dieser Winkel auf $180^0 + \alpha$ wächst. Berücksichtigt man dies in Gl. 47, dann läßt sich z. B. für X schreiben:

$$X = \frac{1}{i} \cdot \frac{r}{2} \left[i_V \cdot \sin\alpha + i_H \cdot \sin(180 + \alpha) - \left\{ \sum_1^{i_V} (\cos 2\varphi) \cdot \sin\alpha + \sum_1^{i_H} (\cos 2\varphi) \sin(180 + \alpha) \right\} \right]$$

$$+ \frac{1}{i} \cdot \frac{r \cdot \lambda}{8} \cdot \left[\sum_1^{i_V} (\cos\varphi) \sin 2\alpha + \sum_1^{i_H} (\cos 2\varphi) \cdot \sin 2(180 + \alpha) - \left\{ \sum_1^{i_V} (\cos 3\varphi) \sin 2\alpha + \sum_1^{i_H} (\cos 3\varphi) \cdot \sin 2(180 + \alpha) \right\} \right]$$

oder auch zusammengefaßt:

$$X = \frac{1}{i} \cdot \frac{r}{2} \cdot \sin\alpha \cdot \left[i_V - i_H - \left\{ \sum_1^{i_V} (\cos 2\varphi) - \sum_1^{i_H} (\cos 2\varphi) \right\} \right] + \frac{1}{i} \cdot \frac{r \cdot \lambda}{8} \sin 2\alpha \left[\sum_1^{i} (\cos\varphi) - \sum_1^{i} (\cos 3\varphi) \right];$$

ganz ähnlich folgt für Y:

$$Y = \frac{1}{i} \cdot \left(l - \frac{r\lambda}{4} \right) \cdot \sum_1^{i} (\cos\varphi) + \frac{1}{i} \cdot \frac{r}{2} \cdot \cos\alpha \cdot \left[i_V - i_H + \left\{ \sum_1^{i_V} (\cos 2\varphi) - \sum_1^{i_H} (\cos 2\varphi) \right\} \right] + \frac{1}{i} \cdot \frac{r\lambda}{8} \cos 2\alpha \left[\sum_1^{i} (\cos\varphi) + \sum_1^{i} (\cos 3\varphi) \right] \quad \text{47 a)}$$

Die Gl. 47a gibt den Weg an, die gesamten Massenkräfte, welche auftreten, auf einmal zu finden. Da wir aber später auch die Kippmomente zu ermitteln haben, zu denen die Kräfte P_V und P_H einzeln benötigt werden, sollen P_V und P_H mit Hilfe der alten Gleichung 47 aufgesucht werden; durch einfache Addition der Ausdrücke für P_V und P_H ergibt sich dann ohnehin die Gleichung für P.

Das Schema I—III zur Ermittlung der Summe der Kosinusfunktionen ist jetzt zu trennen. Für die vorderen Zylinder gilt die Reihe unter V (siehe Fig. 60). Für die hinteren jene unter H. Setzt man die dort gefundenen Ergebnisse in Gl. 47 ein, so geht sie für den Schwerpunktsweg über in:

$$X_V = 0$$

$$Y_V = r \cdot \cos\alpha + \frac{r \cdot \lambda}{4} \cdot \cos 2\alpha + \left(l - \frac{r\lambda}{4} \right),$$

die bekannte Gleichung für die Einzylinder-Maschine. Hieraus folgen die freien Kräfte in der vorderen Ebene:

$$(P_V)_X = 0$$

$$(P_V)_Y = P_I \cdot \cos\alpha + P_{II} \cdot \cos 2\alpha = 905 \cdot \cos\alpha + 201 \cdot \cos 2\alpha \text{ (s. Tab. 12).}$$

Für die beiden hinteren Zylinder findet man mit

$$\Sigma(\cos\varphi) = 1, \quad \Sigma(\cos 2\varphi) = -1 \quad \text{und} \quad \Sigma(\cos 3\varphi) = -2$$

dann die Koordinaten des Schwerpunktswegs in der hinteren Ebene zu

$$X_H = \frac{3}{4} \cdot r \cdot \sin\alpha + \frac{3}{16} \cdot r \cdot \lambda \cdot \sin 2\alpha$$

$$Y_H = \frac{1}{4} \cdot r \cdot \cos\alpha - \frac{1}{16} \cdot r \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \left(l - \frac{r\lambda}{4} \right).$$

Differentiiert man zweimal nach der Zeit, multipliziert mit $2\,\frac{G_H}{g}$ und setzt statt α den Winkel $180^0 + \alpha$ ein, so finden sich die Komponenten der freien Massenkraft zu

$$(P_H)_X = -\frac{3}{2} \cdot P_I \cdot \sin\alpha - \frac{3}{2} \cdot P_{II} \cdot \sin 2\alpha$$

$$= -1357{,}5 \cdot \sin\alpha + 301{,}5 \cdot \sin 2\alpha$$

$$(P_H)_Y = -\frac{1}{2} \cdot P_I \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2} \cdot P_{II} \cdot \cos 2\alpha$$

$$= -452{,}5 \cdot \cos\alpha - 100{,}5 \cos 2\alpha.$$

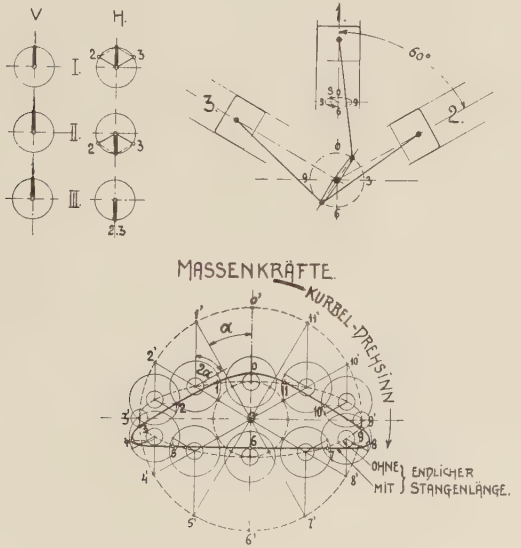


Fig. 60.

Aus obigen Gleichungen läßt sich die Gesamtschwerpunktsbewegung ermitteln nach den Formeln:

$$X = \frac{X_V + 2\,X_H}{3} \quad \text{und} \quad Y = \frac{Y_V + 2\,Y_H}{3}$$

dies ergibt:

$$X = -\frac{r}{2} \cdot \sin\alpha + \frac{r \cdot \lambda}{8} \cdot \sin 2\alpha$$

$$Y = \frac{r}{6} \cdot \cos\alpha + \frac{r \cdot \lambda}{24} \cdot \cos 2\alpha + \frac{2}{3} \cdot \left(l - \frac{r\,\lambda}{4}\right).$$

Statt hieraus die gesamte freie Kraft zu berechnen, können wir dies auf kürzerem Wege tun, durch Addition der oben gefundenen Kraftkomponenten. Diese ergibt:

$$P_X = -\frac{3}{2} \cdot P_I \cdot \sin\alpha + \frac{3}{2} \cdot P_{II} \cdot \sin 2\alpha$$

$$= -1357{,}5 \cdot \sin\alpha + 301{,}5 \cdot \sin 2\alpha$$

$$P_Y = \frac{1}{2} \cdot P_I \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2} \cdot P_{II} \cdot \cos 2\alpha = 452{,}5 \cdot \cos\alpha + 100{,}5 \cdot \cos 2\alpha.$$

Der Verlauf der Kräfte P_V, P_H und P ist in Fig. 63 dargestellt. In größerem Maßstabe finden wir die Kräfte P auch in Fig. 60. Die Kräfte erster Ordnung verlaufen nach der punktiert gezeichneten Ellipse, mit den Halbachsen 1375,5 und 452,5, welche entgegengesetzt dem Kurbeldrehsinn beschrieben wird. Zu ihnen addieren sich noch die Kräfte zweiter Ordnung, deren Verlauf durch eine rechtsläufige Ellipse mit den Halbachsen 301,5 und 100,5 gekennzeichnet ist. Der Endpunkt der letzteren gibt jeweils die Größe und Richtnng der Gesamtkraft in Polarkoordinaten an.

Die Abstände der Punkte 0, 1 usw. bis 12 entsprechen jedesmal einem Kurbeldrehwinkel von $\frac{2\pi}{12} = 30^0$. Dabei ist angenommen, daß zu Beginn der Bewegung der vordere Kurbelarm mit dem positiven Ast der Y-Achse zusammenfällt, d. h. senkrecht nach oben stand.

Man sieht aus Fig. 60, daß die Hauptkomponenten der freien Kräfte in horizontaler Richtung liegen. Die größte Horizontalkraft ist ca. 2,5 mal so groß wie die größte vertikal gerichtete Kraft.

Kippmomente.

Die Darstellung der Kippmomente ist hier etwas umständlicher als zuvor. Wir wollen sie an Hand der Figur 59 klar zu legen versuchen.

Denkt man sich die Maschine wieder frei beweglich aufgehängt, so können die Massenkräfte, da sie innere Kräfte sind, nur Momente hervorrufen, welche den ganzen Körper um den Schwerpunkt S zu kippen suchen. Dieser selbst muß in Ruhe verharren. Wir können deshalb die Vektoren aller auftretenden Kippmomente nach dem Schwerpunkt hin verlegen und sie dort geometrisch addieren.

Durch die Verschiebung der Massenkraft P_V nach dem Punkte S tritt ein Moment auf von der Größe $P_V \cdot a_V$. Vom Beschauer aus gerechnet ist es für den gezeichneten Fall rechtsdrehend, der Vektor ist somit nach vorn gerichtet. Für den einen Zylinder unserer Maschine, der in der vorderen Ebene liegt, verläuft die Kraft P_V stets in der Schnittlinie der Ebenen A und V.

Der Momentenvektor $M_V = P_V \cdot a_V$ steht also im Punkte S stets senkrecht auf der Ebene A. Er wechselt Größe und Vorzeichen genau im gleichen Maße wie P_V selbst. Er ist positiv, wenn P_V nach oben gerichtet ist, und negativ, wenn es nach abwärts verläuft.

Die Kraft P_H ändert sowohl Größe als auch Richtung, tritt aber nicht aus der Ebene H heraus und geht stets durch den Punkt O_H. Verlegt man sie nach S, so ergibt sich ein zusätzliches Moment: $M_H = P_H \cdot a_H$, dessen Vektor senkrecht auf der Ebene $O_H S P_H$ steht und im gezeichneten Falle nach oben gerichtet ist. Genau wie die Kraft P_H um den Punkt O_H kreist, muß auch der Vektor M_H um S kreisen und stets in der Schwerpunktsebene liegen. Dort befindet sich auch ständig der Vektor M_S, so daß beide, wenn man die Zeichenebene zur Schwerpunktsebene macht (Fig. 59 rechts), den Punkt S als Pol haben und sich addieren lassen: $M_V \dashrightarrow M_H = M$. Auf diese Weise erscheinen die Kippmomente in Polarkoordinaten. Die Ebene, in welcher die Momente wirken, steht senkrecht auf den entsprechenden Vektoren M.

Die Größe der Kraft P_V fanden wir schon zu

$$(P_V)_Y = 905 \cdot \cos \alpha + 201 \cdot \cos 2\,\alpha.$$

Von P_H lauten die Komponenten:

$$(P_H)_X = -1357{,}5 \cdot \sin \alpha + 301{,}5 \cdot \sin 2\,\alpha$$
$$(P_H)_Y = -\ 452{,}5 \cdot \cos \alpha - 100{,}5 \cdot \cos 2\,\alpha.$$

Den Verlauf der Resultierenden P_H kennen wir schon. Er ist in Fig. 63 gezeichnet. Die Ellipse erster Ordnung ist rechtsläufig, jene zweiter Ordnung linksläufig. Für den Fahrstrahl der freien Kraft sind die eingeschriebenen Ordnungsnummern maßgebend, die sich nach je einem Kurbeldrehwinkel von 30° folgen.

Somit kennt man den Verlauf von P_V und P_H. Ihre Abstände vom Punkte S ergeben sich zu:

$$a_V = \frac{2}{3} \cdot a = \frac{2}{3} \cdot 1{,}5 \cdot R = R = 0{,}08 \text{ m}$$

$$a_H = \frac{1}{3} \cdot a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 0{,}04 \text{ „}$$

Die Größe der Momentenvektoren finden sich zu

$$M_V = P_V \cdot 0{,}08 \text{ mkg}$$
$$M_H = P_H \cdot 0{,}04 \text{ mkg}.$$

Beide sind in ihrem Verlauf in der letzten Reihe der Fig. 63 punktiert dargestellt. Geometrisch addiert führen sie nach Größe und Richtung zu dem wirklich auftretenden Vektor M.

$$M_V \dashrightarrow M_H = M.$$

Sein Endpunkt beschreibt die stark gezeichnete Kurve und nimmt bei den Kurbelstellungen 0—12 die mit den gleichen Zahlen bezeichneten Lagen ein. Das Moment selbst verläuft dann in der auf dem Vektor senkrecht stehenden Ebene und ist rechtsdrehend, wenn wir vom Vektor aus nach seinem Ursprung hinsehen.

Der Verlauf der Momente läßt sich jedoch auch rechnerisch verfolgen. Die Kraft $(P_V)_Y$ liefert ein Moment:

$$(M_V)_Y = (P_V)_Y \,.\, a_V = 72{,}4 \,.\, \cos\alpha + 16{,}08 \,.\, \cos 2\alpha \quad \ldots \text{ mkg} \quad \text{a)}$$

Ähnlich verfahren wir mit den Komponenten P_H. Nur ist zu beachten, daß für negatives $(P_H)_X$ bzw. $(P_H)_Y$ das entsprechende Moment positiv ist. Daher erhält man:

$$\left.\begin{aligned}(M_H)_X &= -(P_H)_X \,.\, a_H = 54{,}3 \,.\, \sin\alpha - 12{,}06 \sin 2\alpha \;\ldots \text{ mkg}\\ (M_H)_Y &= -(P_H)_Y \,.\, a_H = 18{,}1 \,.\, \cos\alpha + 4{,}02 \,.\, \cos 2\alpha \;\ldots \text{ ,,}\end{aligned}\right\} \quad \text{b)}$$

Durch Addition beider Gleichungen a und b finden wir die Komponenten des Gesamtmomentes:

$$\begin{aligned}M_{(X)} &= 54{,}3 \,.\, \sin\alpha - 12{,}06 \,.\, \sin 2\alpha \;\ldots \text{ mkg}\\ M_{(Y)} &= 90{,}5 \,.\, \cos\alpha + 20{,}1 \,.\, \cos 2\alpha \;\ldots \text{ ,,}\end{aligned}$$

Die Kurve stimmt mit der zeichnerisch gefundenen überein. Da in letzterer jedoch die Veränderlichkeit des Momentenvektors dargestellt ist, erscheinen die Koordinatenachsen um 90° nach rechts gedreht. Diese Darstellung läßt zugleich den Drehsinn des Momentes erkennen.

Die Fünfzylinder-Fächermaschine (Fig. 63 und Fig. 61).

Bei der Fünfzylinder-Fächermaschine sollen die Zylinder 1, 2 und 5 in der vorderen Ebene liegen. Hierzu gehören die Winkel $\varphi = 0$ bzw. $\pm 72^0$. In die hintere Ebene fallen dann die Zylinder 3 und 4 mit $\varphi = \pm 36^0$.

Das Schema der Hilfsdrehstrecken in Fig. 61 liefert für die vordere Ebene:

$$\begin{aligned}\Sigma(\cos\varphi) &= 1 + 2 \,.\, \cos 72^0 = 1{,}618\\ \Sigma(\cos 2\varphi) &= 2 \,.\, \cos 144^0 = -0{,}618\\ \Sigma(\cos 3\varphi) &= 2 \,.\, \cos 216^0 = -0{,}618\end{aligned}$$

Geht man hiermit in Gl. 47, so ergibt sich bei $i_V = 3$

$$X_V = 0{,}603 \,.\, r \,.\, \sin\alpha + 0{,}093 \,.\, r \,.\, \lambda \,.\, \sin 2\alpha$$

$$Y_V = 0{,}397 \,.\, r \,.\, \cos\alpha + \frac{1}{24} \,.\, r \,.\, \lambda \,.\, \cos 2\alpha + 0{,}539 \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right).$$

Hieraus finden sich mit den Massen $3\,\frac{G_H}{g}$ nach der bekannten Weise die Kraftkomponenten für P_V

$$(P_V)_X = 1{,}808\,.\,P_I\,.\,\sin\alpha + 1{,}12\,.\,P_{II}\,.\,\sin 2\,\alpha$$
$$= 1013\,.\,\sin\alpha + 139{,}5\,.\,\sin 2\,\alpha$$
$$(P_V)_Y = 1{,}191\,.\,P_I\,.\,\cos\alpha + 0{,}5\,.\,P_{II}\,.\,\cos 2\,\alpha$$
$$= 686\,.\,\cos\alpha + 62{,}25\cos 2\,\alpha.$$

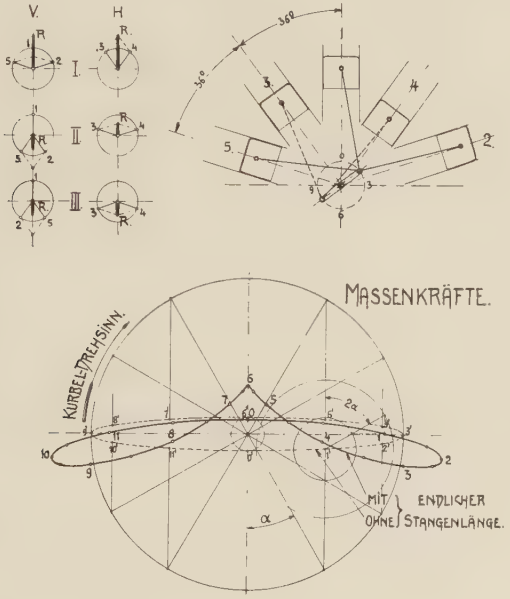


Fig. 61.

Die Kraft selbst ist in Fig. 63 dargestellt. Man gelangt zu der Kurve für P_V mit Hilfe zweier rechtsläufiger Ellipsen, deren Achsen aus den letzten beiden Gleichungen zu entnehmen sind.

Das Schema der Hilfsdrehstrecken gibt für die hintere Ebene, bei $i = 2$

$$\Sigma\,(\cos\,\varphi) \;= 2\,.\,\cos\;36^0 \;=\; 1{,}618$$
$$\Sigma\,(\cos\,2\,\varphi) \;= 2\,.\,\cos\;72^0 \;=\; 0{,}618$$
$$\Sigma\,(\cos\,3\,\varphi) \;= 2\,.\,\cos\,108^0 \;= -0{,}618$$

Hierfür ergibt die Gl. 47

$$X_H = -0{,}345\,.\,r\,.\,\sin\alpha + 0{,}14\,.\,r\,.\,\lambda\,.\,\sin 2\,\alpha$$
$$Y_H = -0{,}655\,.\,r\,.\,\cos\alpha + \frac{r\,.\,\lambda}{16}\cos 2\,\alpha + 0{,}539\,.\left(l - \frac{r\,\lambda}{4}\right)$$

Die Kraftkomponenten folgen zu

$$(P_H)_X = -0{,}69 \cdot P_I \cdot \sin\alpha + 1{,}12 \cdot P_{II} \cdot \sin 2\alpha$$
$$= -386 \cdot \sin\alpha + 139{,}5 \cdot \sin 2\alpha$$
$$(P_H)_Y = -1{,}309 \cdot P_I \cdot \cos\alpha + 0{,}5 \cdot P_{II} \cdot \cos 2\alpha$$
$$= -734 \cdot \cos\alpha + 62{,}25 \cdot \cos 2\alpha$$

sie sind in Fig. 63 graphisch dargestellt.

Der Weg des Gesamtschwerpunktes ist dargestellt durch:

$$X = \frac{3X_V + 2X_H}{5} \text{ und } Y = \frac{3Y_V + 2Y_H}{5},$$

also durch

$$X = 0{,}2236 \cdot r \cdot \sin\alpha + 0{,}1118 \cdot r \cdot \lambda \cdot \sin 2\alpha$$
$$Y = 0{,}0236 \cdot r \cdot \cos\alpha + 0{,}05 \cdot r \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha + 0{,}539 \cdot \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right)$$

und die Gesamtmassenkraft folgt zu

$$P_X = 1{,}118\, P_I \cdot \sin\alpha + 2{,}236\, P_{II} \cdot \sin 2\alpha = 627 \cdot \sin\alpha + 279 \cdot \sin 2\alpha$$
$$P_Y = -0{,}118\, P_I \cdot \cos\alpha + P_{II} \cdot \cos 2\alpha$$
$$= -66 \cdot \cos\alpha + 124{,}5 \cdot \cos 2\alpha.$$

Diese Kurve ist in Fig. 61 in größerem Maßstab dargestellt und nimmt einen ganz eigenartigen Verlauf.

Esnault Pelterie [1]) errechnete die freien Kräfte auf einem anderen Wege, und zwar unter Vernachlässigung der endlichen Stangenlänge. Es zeigt sich aber, daß die größte horizontale Massenkraft zweiter Ordnung $\frac{279}{66} = 4{,}23$ mal größer ist als die größte vertikale Kraft erster Ordnung.

Es ist also zum mindesten nicht zulässig, von vornherein schon die Massenkraft zweiter Ordnung als vernachlässigbar anzusehen und außer acht zu lassen.

An einen einigermaßen vollkommenen Ausgleich ist bei dieser Maschine gar nicht zu denken. Es können höchstens durch Gegenmassen die größten auftretenden Kräfte gemildert werden.

Die Darstellung der Kippmomente ist die gleiche wie bei der Dreizylinder-Maschine, nur drehen sich hier beide Teilvektoren M_V und M_H um den Punkt S.

Der Abstand der beiden Zylinderebenen beträgt wieder ungefähr $a = 1{,}5 \cdot R = 1{,}5 \cdot 0{,}07 = 0{,}105$ m.

---

[1]) Mémoires de la Soc. des Ing. civ. 1907, Bd. 2, S. 621 u. f.

Definiert man die Schwerpunktsebene auch hier derart, daß sie den Gesamt-Schwerpunkt aller hin- und hergehenden Teile enthält, so folgt:

$$a_V = \frac{2}{5} \cdot a = 0{,}042 \text{ m}$$

$$a_H = \frac{3}{5} \cdot a = 0{,}063 \text{ m}.$$

Die einzelnen Momentenvektoren finden sich zu:

$$M_V = P_V \cdot a_V; \qquad M_H = P_H \cdot a_H$$
$$= 0{,}042 \cdot P_V; \qquad = 0{,}063 \cdot P_H.$$

Der Vektor M_V eilt der Kraft P_V um 90^0 vor, während M_H der Kraft P_H nacheilt (siehe Fig. 35). In dieser Weise sind in Fig. 63 die Vektoren eingetragen und addiert.

Rechnerisch läßt sich die Veränderlichkeit des Kippmomentes wieder dadurch festlegen, daß wir die Komponenten der Kräfte P_V und P_H mit ihren Hebelarmen a_V bzw. a_H multiplizieren. Zugleich nehmen die negativen Komponenten von P_H positives Vorzeichen hinsichtlich ihres Momentes an.

So erhält man:

$$\left.\begin{aligned}(M_V)_X &= 42{,}6 \cdot \sin\alpha + 5{,}86 \cdot \sin 2\alpha \text{ mkg}\\ (M_V)_Y &= 28{,}1 \cdot \cos\alpha + 2{,}61 \cos 2\alpha \text{ mkg}\end{aligned}\right\} \quad \ldots \text{ a)}$$

$$\left.\begin{aligned}(M_H)_X &= 24{,}3 \cdot \sin\alpha - 8{,}8 \sin 2\alpha \text{ mkg}\\ (M_H)_Y &= 46{,}2 \cdot \cos\alpha - 3{,}92 \cdot \cos 2\alpha \text{ mkg}\end{aligned}\right\} \quad \ldots \text{ b)}$$

Durch Addition der Gleichungen a und b finden sich die Komponenten des Gesamtmomentes zu

$$M_{(X)} = 66{,}9 \cdot \sin\alpha - 2{,}94 \cdot \sin 2\alpha \text{ mkg}.$$
$$M_{(Y)} = 74{,}3 \cdot \cos\alpha - 1{,}31 \cdot \cos 2\alpha \quad ,, \quad .$$

Diese Kurve muß mit der zeichnerisch gefundenen übereinstimmen. Nur ist zu beachten, daß der Vektor senkrecht auf der Ebene des Momentes steht. Dies ist berücksichtigt, wenn man das Koordinatensystem um 90^0 nach rechts verdreht (siehe Fig. 63).

Von diesem Kippmoment läßt sich der weitaus größere Teil durch geeignete mitkreisende Teile ausgleichen. Rückwirkend dürfte hierdurch auch die Maschine hinsichtlich der freien Kräfte verbessert werden.

Die Siebenzylinder-Fächermaschine.
(Fig. 63 und Fig. 62.)

Bei der Siebenzylinder-Maschine sollen die Zylinder 1, 2 und 7 in der vorderen Ebene liegen. (Siehe Fig. 62.) Sie zeigen die Winkel

$$\varphi_1 = 0^0;\ \varphi_2 = +51^3/_7{}^0;\ \varphi_7 = -51^3/_7{}^0.$$

Die hintere Ebene enthält die Zylinder 4, 5, 3 und 6 mit

$$\varphi_{5,4} = \pm 25^5/_7{}^0 \text{ und } \varphi_{6,3} = +77^1/_7{}^0$$

Das Schema der Hilfsdrehstrecken liefert hier für die vordere Ebene, mit i = 3

$$\begin{aligned}
&\text{I} \ldots\ldots \Sigma(\cos\varphi) &&= 1 + 2\,.\cos\ 51^3/_7{}^0 &&= 2{,}247\\
&\text{II} \ldots\ldots \Sigma(\cos 2\varphi) &&= 1 + 2\,.\cos\ 102^6/_7{}^0 &&= 0{,}555\\
&\text{III} \ldots\ldots \Sigma(\cos 3\varphi) &&= 1 + 2\,.\cos\ 154^2/_7{}^0 &&= -0{,}802
\end{aligned}$$

Hiermit folgt aus Gl. 47

$$X_V = 0{,}4075\,.\,r\,.\sin\alpha + 0{,}127\,.\,r\,.\,\lambda\,.\sin 2\,\alpha,$$
$$Y_V = 0{,}5925\,.\,r\,.\cos\alpha + 0{,}0602\,.\,r\,.\,\lambda\,.\cos 2\,\alpha + 0{,}749\,.\left(l - \frac{r\,\lambda}{4}\right).$$

Durch zweimaliges Differentiieren nach der Zeit und Multiplizieren mit der Schwerpunktsmasse $3\,\frac{G_H}{g}$ finden sich die Massenkräfte zu:

$$\begin{aligned}
(P_V)_X &= 1{,}2225\,.\,P_I\,.\sin\alpha + 1{,}525\,.\,P_{II}\,.\sin 2\,\alpha\\
&= 454\,.\sin\alpha + 126\sin 2\,\alpha \ldots\ \text{kg}\\
(P_V)_Y &= 1{,}7775\,.\,P_I\,.\cos\alpha + 0{,}7225\,.\,P_{II}\,.\cos 2\,\alpha\\
&= 660\,.\cos\alpha + 59{,}5\cos 2\,\alpha \ldots\ \text{kg}.
\end{aligned}$$

(P_I und P_{II} wurden aus Tabelle 12 entnommen.)

Der Verlauf dieser Kraft ist in Fig. 63 dargestellt. Er hat die Gestalt zweier übereinander gelagerter rechtsläufiger Ellipsen.

Für die hintere Ebene liefert das Schema der Hilfsdrehstrecken, bei i = 4

$$\begin{aligned}
&\text{I} \ldots \Sigma(\cos\varphi) &&= 2\,.\cos\ 25^5/_7{}^0 + 2\,.\cos\ 77^1/_7{}^0 &&= 2{,}247\\
&\text{II} \ldots \Sigma(\cos 2\varphi) &&= 2\,.\cos\ 51^3/_7{}^0 + 2\,.\cos\ 154^2/_7{}^0 &&= -0{,}555\\
&\text{III} \ldots \Sigma(\cos 3\varphi) &&= 2\,.\cos\ 77^1/_7{}^0 + 2\,.\cos\ 231^3/_7{}^0 &&= -0{,}802
\end{aligned}$$

Somit folgt aus Gl. 47, wenn an Stelle des Winkels α der Kurbeldrehwinkel $180^0 + \alpha$ gesetzt wird

$$X_H = -0{,}5694\,.\,r\,.\sin\alpha + 0{,}0953\,.\,r\,.\,\lambda\,.\sin 2\,\alpha$$
$$Y_H = -0{,}4306\,.\,r\,.\cos\alpha + 0{,}0451\,.\,r\,.\,\lambda\,.\cos 2\,\alpha$$

Mit der Schwerpunktsmasse $4 \cdot \frac{G_H}{g}$ folgen nach zweimaligem Differentiieren nach der Zeit die Massenkräfte:

$$(P_H)_X = -2{,}2775\, P_I \cdot \sin\alpha + 1{,}525 \cdot P_{II} \cdot \sin 2\alpha$$
$$= -845 \sin\alpha + 126 \cdot \sin 2\alpha \ \ldots \text{ kg}$$
$$(P_H)_Y = -1{,}7225\, P_I \cdot \cos\alpha + 0{,}7225 \cdot P_{II} \cdot \cos 2\alpha$$
$$= -639{,}6 \cdot \cos\alpha + 59{,}5 \cdot \cos 2\,a \ \ldots \text{ kg}.$$

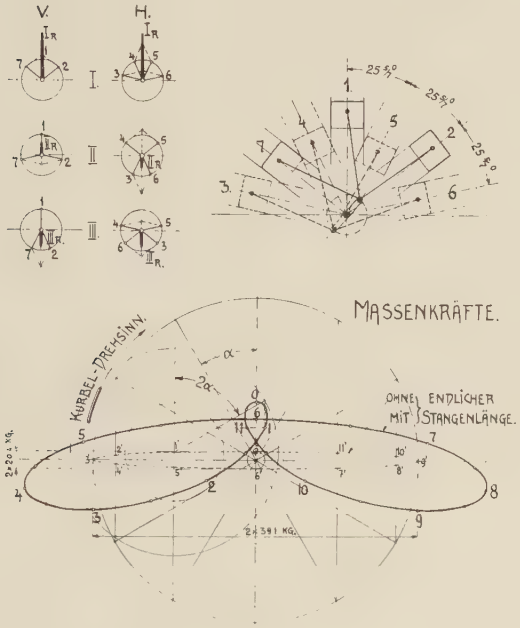


Fig. 62.

Auch diese Kurve ist in Fig. 63 dargestellt. Der Verlauf der Massenkraft wird durch zwei rechtsläufige Ellipsen veranschaulicht. Wie früher schon angegeben, so findet man auch hier die Koordinaten des Gesamtschwerpunktes aus

$$X = \frac{3\,X_V + 4\,X_H}{7} \qquad \text{und} \qquad Y = \frac{3\,Y_V + 4\,Y_H}{7}.$$

Sie lauten:

$$X = -0{,}15 \cdot r \cdot \sin\alpha + 0{,}1085 \cdot r \cdot \lambda \cdot \sin 2\alpha$$
$$Y = 0{,}00786 \cdot r \cdot \cos\alpha + 0{,}0517 \cdot r \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha + \left[0{,}642 \cdot \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right)\right].$$

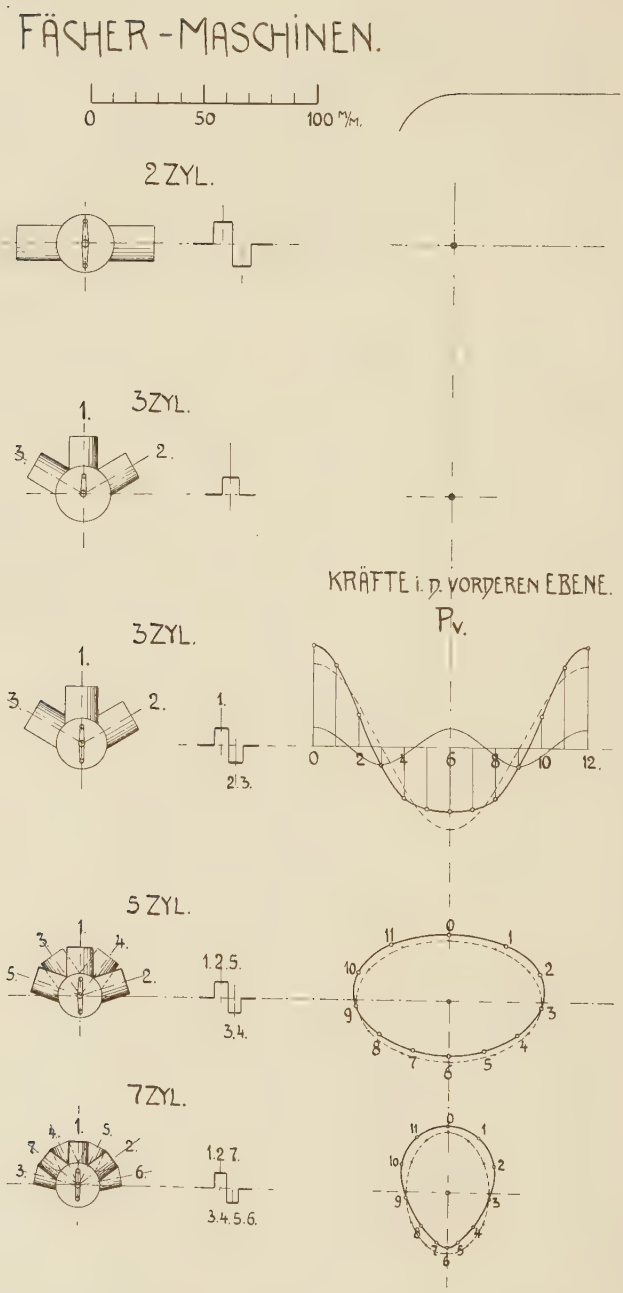

FÄCHER-MASCHINEN.
0
50
100 M/M.
2 ZYL.
3 ZYL.
1.
2.
3.
KRÄFTE i. D. VORDEREN EBENE.
Pv.
0
2
4
6
8
10
12.
1.
2 3.
5 ZYL.
1.2.5.
3.4.
7 ZYL.
1.2.7.
3.4.5.6.

Fig. 63.

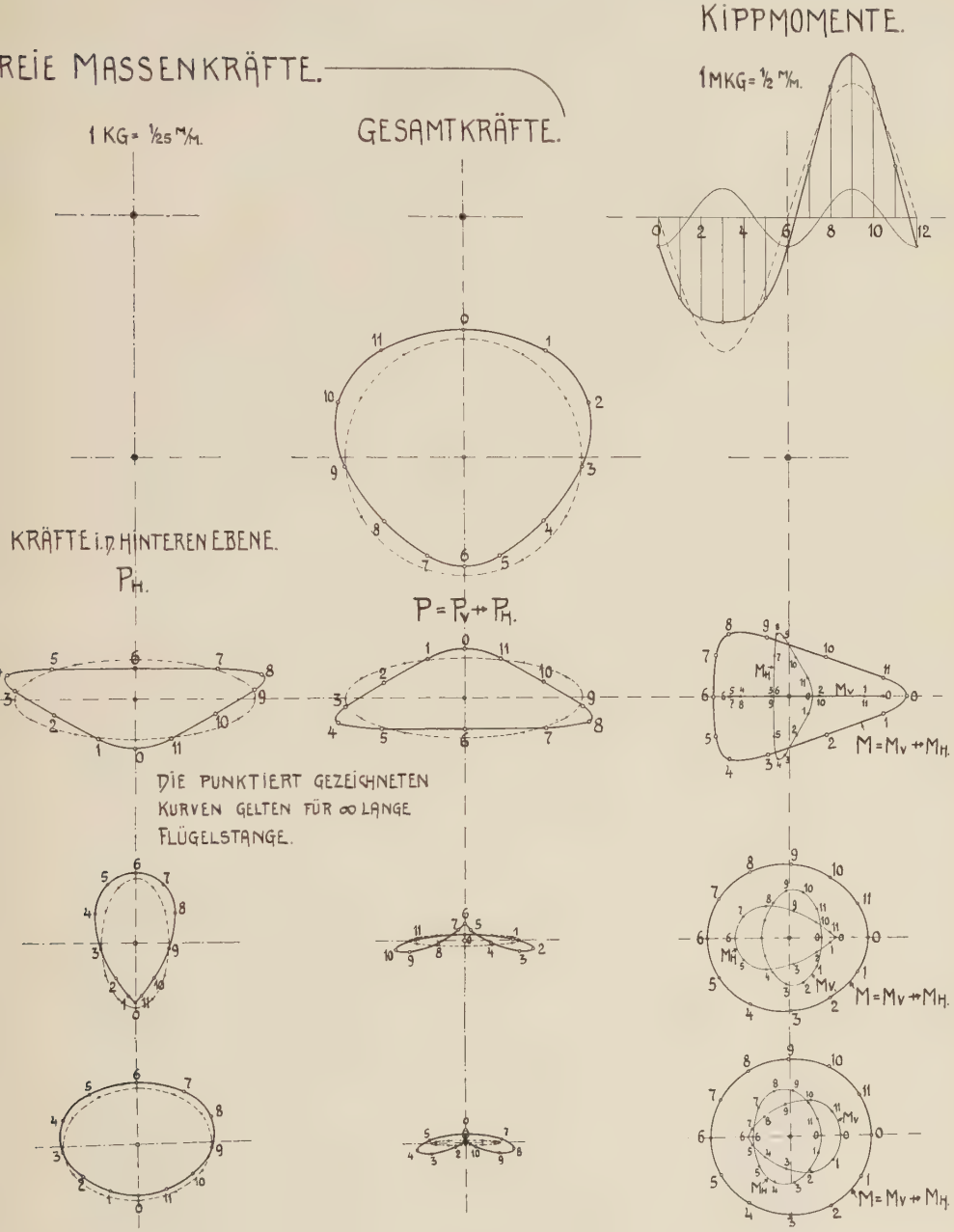

REIE MASSENKRÄFTE.
1 KG = ½5 M/H.
GESAMTKRÄFTE.
KIPPMOMENTE.
1 MKG = ½ M/H.
KRÄFTE i. d. HINTEREN EBENE.
P_H.
$P = P_V + P_H$.
DIE PUNKTIERT GEZEICHNETEN KURVEN GELTEN FÜR ∞ LANGE FLÜGELSTANGE.
$M = M_V + M_H$.

Fig. 63.

Die Gestalt dieser Kurve ist der nachfolgenden Kurve der Massenkräfte ähnlich, nur treten bei der letzteren die Einflüsse zweiter Ordnung stärker hervor. Durch Addition der Kräfte P_V und P_H erhält man die gesamten freien Massendrücke, deren Komponenten lauten:

$$P_X = -1{,}055 \cdot P_I \cdot \sin\alpha + 3{,}05 \cdot P_{II} \cdot \sin 2\alpha$$
$$= -391 \cdot \sin\alpha + 252 \cdot \sin 2\alpha \ldots \text{kg}.$$

$$P_Y = 0{,}055 \cdot P_I \cdot \cos\alpha + 1{,}445 \cdot P_{II} \cdot \cos 2\alpha$$
$$= 20{,}4 \cdot \cos\alpha + 119 \cos 2\alpha \ldots \text{kg}.$$

Um einen Einblick in die Veränderlichkeit dieser Kraft zu erhalten, ist sie in Fig. 62 groß dargestellt. Wenn man die endliche Stangenlänge vernachlässigt, wie dies Esnault Pelterie auch beim Nachrechnen seiner Siebenzylinder-Maschine tat, so schrumpft das Kraftbild zu der gestrichelten Ellipse in Fig. 62 zusammen mit den Halbachsen 391 kg und 20,4 kg. Sie würde entgegengesetzt dem Kurbeldrehsinn durchlaufen werden. Das Bild erfährt aber eine ganz wesentliche Änderung durch die Kräfte zweiter Ordnung, deren größte Horizontalkomponente $\frac{252}{20{,}4} = 12{,}3$ mal größer ist als die größte Vertikalkomponente erster Ordnung. Hierdurch beschreibt die Kraftkurve bei 0 sogar eine Schleife, so daß die Maschine gerade bei dieser Kurbelstellung ziemlich lang andauernde Impulse nach aufwärts erhält.

Derartige Kräfte zweiter Ordnung können in ihren Wirkungen die Massenkräfte erster Ordnung bei weitem überragen.

Im übrigen sind die größten Kraftimpulse in annähernd wagerechter Richtung zu erwarten (Punkt 8 und 4). Sie treten in ungleichen Zeitintervallen auf. Der Kurbelweg von Punkt 4 bis Punkt 8 beträgt $4 \cdot 60^0 = 120^0$, während er von Punkt 8 bis Punkt 4 auf $8 \cdot 30^0 = 240^0$ ansteigt. Genau in die Zwischenzeit, auf Punkt 0, fällt der länger anhaltende Impuls senkrecht nach oben. Es wäre interessant, diese Massenwirkungen auf dem Versuchsstande nachzuweisen.

Durch Gegengewichte gelingt es wieder, die Gegensätze in diesem Kräftespiel zu mildern. Es würde den Rahmen dieser Arbeit übersteigen auch hierüber Untersuchungen anzustellen.

Auch hier ist die Darstellung der Kippmomente ähnlich wie zuvor. Größe und Richtung der Vektoren werden hergeleitet aus den Bildern der Kräfte P_V und P_H.

Der Abstand der Ebenen V und H beträgt nach der Zeichnung an vorgenannter Stelle (Mémoires de la Soc. des Ing. Civ. 1907, Bd. 2, S. 621 u. f.)

$$a = 1{,}9 \cdot R = 1{,}9 \cdot 0{,}06 = 0{,}114 \text{ m}.$$

Somit erhält man für die einzelnen Abstände der Schwerpunktsebene

$$\begin{aligned} a_V &= {}^4/_7 \cdot a = {}^4/_7 \cdot 0{,}114 = 0{,}065 \text{ m} \\ a_H &= {}^3/_7 \cdot a = 0{,}049 \text{ m}. \end{aligned}$$

Dann folgt die Größe der Momentenvektoren zu

$$\begin{aligned} M_V &= P_V \cdot a_V = 0{,}065 \cdot P_V \ldots \text{ mkg} \\ M_H &= P_H \cdot a_H = 0{,}049 \cdot P_H \ldots \text{ mkg}. \end{aligned}$$

Die Richtungen sind wieder derart zu bestimmen, daß der positive Vektor in S einem rechtsdrehenden Moment entspricht. Die geometrische Summe liefert den gesuchten Vektor $M_V \rightarrow M_H = M$, in seiner Veränderlichkeit mit dem Kurbeldrehwinkel α. Als Kontrolle sei hier auch wieder der rein analytische Weg angegeben.

Der Beitrag der vorderen 3 Zylinder zum Momente beträgt

$$\left.\begin{aligned} (M_V)_X &= (P_V)_X \cdot a_V = 29{,}5 \cdot \sin\alpha + 8{,}2 \cdot \sin 2\alpha \text{ mkg} \\ (M_V)_Y &= (P_V)_Y \cdot a_V = 42{,}9 \cdot \cos\alpha + 3{,}87 \cdot \cos 2\alpha \text{ ,,} \end{aligned}\right\} \quad \text{a)}$$

Für die hinteren 4 Zylinder findet sich

$$\left.\begin{aligned} (M_H)_X &= -(P_H)_X \cdot a_H = 41{,}4 \cdot \sin\alpha - 6{,}17 \cdot \sin 2\alpha \text{ mkg} \\ (M_H)_Y &= -(P_H)_Y \cdot a_H = 31{,}3 \cdot \cos\alpha - 2{,}92 \cdot \cos 2\alpha \text{ ,,} \end{aligned}\right\} \quad \text{b)}$$

Die Addition von a und b gibt den Verlauf des Gesamtmomentes in rechtwinkeligen Koordinaten an. Zu beachten ist wieder, daß bei der in Fig. 63 angewandten Vektordarstellung das Koordinatensystem um 90^0 nach rechts verdreht ist.

a + b ergibt:

$$\begin{aligned} M_{(X)} &= 70{,}9 \cdot \sin\alpha + 2{,}03 \cdot \sin 2\alpha \ldots \text{ mkg}, \\ M_{(Y)} &= 74{,}2 \cdot \cos\alpha + 0{,}95 \cdot \cos 2\alpha \ldots \text{ mkg}, \end{aligned}$$

d) Die Umlaufmaschinen.

(Fig. 64.)

Die Ermittelung der freien Massenkräfte gestaltet sich bei den Umlaufmaschinen besonders einfach, sobald man von der Bewegung des Gesamtschwerpunkts der hin- und hergehenden Massen ausgeht.

G. Schendel bringt in der Z. f. Flugtechnik und Motorluftschiffahrt 1910, S. 250 u. f. eine Abhandlung über die Dynamik des Gnômemotors. Dort zieht er die Relativbewegung der Kolben gegen die Zylinder in die Betrachtung herein und gelangt auf rein analytischem Wege unter Zuhilfenahme der Corioliskraft zu seinen Ergebnissen, welche aber keinen Schluß zulassen, wie sich bei den verschiedenen Zylinderzahlen der Massenausgleich gestaltet.

In diesem Abschnitt der vorliegenden Untersuchung sollen daher ähnlich der in den früheren Abschnitten durchgeführten Weise die freien Kräfte für jede beliebige Umlaufmaschine mit 2 und mehr Zylindern ermittelt werden. Die Lehre der Kinematik wird uns dann später ermöglichen, auch einen Blick auf die im Innern der Maschine auftretenden Massenkräfte zu werfen, welche nach außen zwar nicht zur Geltung kommen, wohl aber die Zapfen und Führungen des Getriebes belasten.

Aus der Gl. 28a im ersten Abschnitt dieser Arbeit bestimmen wir den Abstand S des Kolbenschwerpunktes A vom Drehzentrum M des Zylinders einer Umlaufmaschine (Fig. 65) zu

$$S = l - \frac{r\lambda}{4} + r \cdot \cos\alpha + \frac{\lambda \cdot r}{4} \cdot \cos 2a;$$

dabei bedeutet α den Winkel, den der Zylinder aus seiner senkrechten Lage heraus beschrieben hat. Zerlegt man nun S nach den zwei Koordinatenachsen, so ergibt sich:

$$X = S \cdot \sin\alpha; \quad Y = S \cdot \cos\alpha.$$

Setzen wir hierin den Wert von S ein, so folgt:

$$X = \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right) \cdot \sin\alpha + r \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha + \frac{\lambda \cdot r}{4} \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin\alpha$$

$$Y = \left(l - \frac{r\lambda}{4}\right) \cdot \cos\alpha + r \cdot \cos^2\alpha + \frac{\lambda \cdot r}{4} \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos\alpha$$

oder nach einer kleinen Umformung:

$$\left.\begin{aligned} X &= \left(l - \frac{3}{8}\lambda \cdot r\right) \sin\alpha + \frac{r}{2} \cdot \sin 2\alpha + \frac{\lambda r}{8} \cdot \sin 3\alpha \\ Y &= \frac{r}{2} + \left(l - \frac{\lambda \cdot r}{8}\right) \cdot \cos\alpha + \frac{r}{2} \cdot \cos 2\alpha + \frac{\lambda r}{8} \cdot \cos 3\alpha \end{aligned}\right\} \quad 49)$$

DieseFormel gibt für jeden Winkel α die Lage des Schwerpunktes der hin- und hergehenden Massen an, sobald nur ein kreisender Zylinder vorhanden ist.

Bei den Umlaufmaschinen mit i Zylindern gilt ähnlich wie für die Sternmaschinen, daß der Winkel φ, den 2 Zylinder gegenseitig einschließen, den Wert

$$\varphi = \frac{2\pi}{i}$$

annimmt.

Werden die Koordinaten des Gesamtschwerpunktes bei i Zylindern bzw. deren hin- und hergehenden Massen betrachtet, so gilt wieder

$$X_i = \frac{\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(X)}{i}; \qquad Y_i = \frac{\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(Y)}{i}.$$

Bei der Summenbildung bleiben die konstanten Faktoren der einzelnen Glieder der Gl. 49 unberührt. Nur die Winkelfunktionen sind auf die i Zylinder auszudehnen.

Statt des Faktors $\sin\alpha$ ist z. B. zu setzen:

$$\sin\alpha + \sin(\alpha+\varphi) + \sin(\alpha+2\varphi) \ldots \text{ usw.}$$

was wir durch $\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}[\sin\alpha]$ ausdrücken wollen.

Dabei ist also: $\alpha_1 = \alpha$; $\alpha_2 = (\alpha+\varphi)$; $\alpha_3 = (\alpha+2\varphi)$ . . . .

Die Summierung kann somit wieder unter Zuhilfenahme der Einheitsdrehstrecken vorgenommen werden, und zwar sowohl für den einfachen als auch für doppelten und dreifachen Winkel.

Somit läßt sich die Gl. 49 auch auf i Zylinder anwenden; sie nimmt dann die Form an:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{i}\cdot\left(l - \frac{3}{8}\lambda\cdot r\right)\cdot\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(\sin\alpha) + \frac{r}{2i}\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(\sin 2\alpha) \\ &\quad + \frac{r\lambda}{8\cdot i}\cdot\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(\sin 3\alpha) \\ Y &= \frac{r}{2} + \frac{1}{i}\cdot\left(l - \frac{\lambda\cdot r}{8}\right)\cdot\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(\cos\alpha) + \frac{r}{2i}\cdot\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(\cos 2\alpha) \\ &\quad + \frac{r\cdot\lambda}{8\cdot i}\cdot\overset{i}{\underset{1}{\Sigma}}(\cos 3\alpha) \end{aligned}\right\} 49a)$$

Die Hilfsdrehstrecken I, II und III brauchen nur einmal aufgestellt zu werden, dann gelten sie sowohl für X als auch für Y. Als erstes Beispiel sei die

Zweizylinder-Umlaufmaschine (Fig. 64)

besprochen.

Bildet man hierfür das Schema I—III, indem man z. B. $\alpha_1 = 0^6$ setzt, dann ergibt sich bei i = 2

$\Sigma(\sin\alpha) = 0$; $\Sigma(\sin 2\alpha) = 2\cdot\sin 2\alpha$ und $\Sigma(\sin 3\alpha) = 0$,
$\Sigma(\cos\alpha) = 0$; $\Sigma(\cos 2\alpha) = 2\cdot\cos 2\alpha$ und $\Sigma(\cos 3\alpha) = 0$.

Hiermit geht die Gl. 49a über in

$$X = \frac{r}{2}\cdot\sin 2\alpha$$

$$Y = \frac{r}{2} \cdot \cos 2\alpha + \frac{r}{2}$$

d. h. der Schwerpunkt bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit 2ω auf einem Kreise vom Radius $\frac{r}{2}$. Der Mittelpunkt 0′ des Kreises liegt

Umlaufmaschinen.

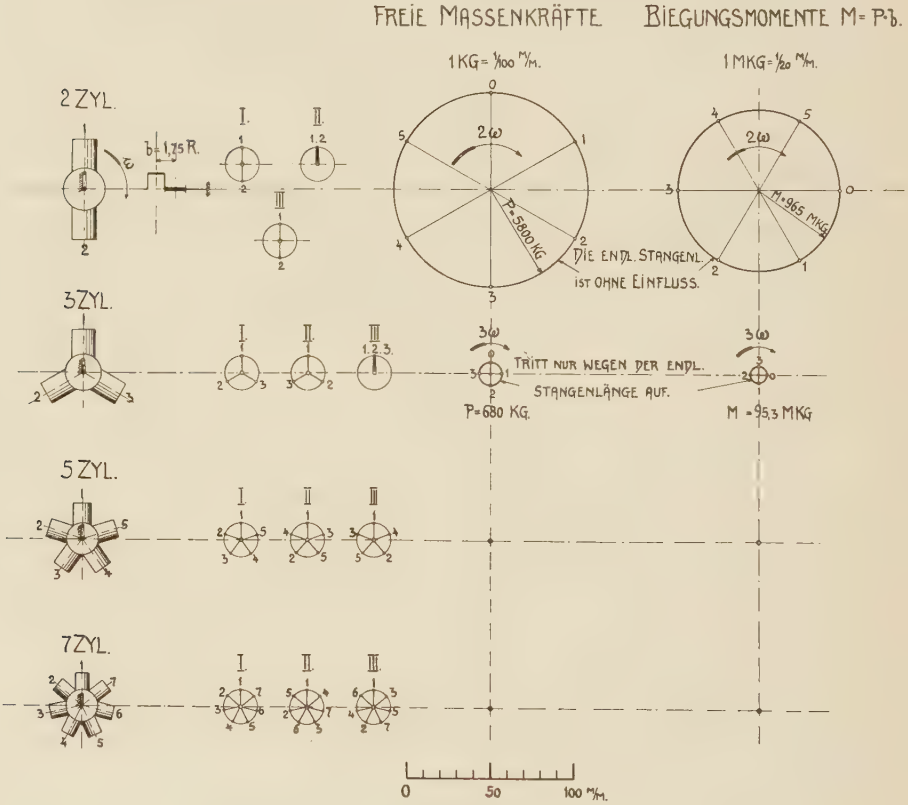


Fig. 64.

um $\frac{r}{2}$ über dem Drehzentrum 0. Die endliche Stangenlänge beeinflußt die Bewegung nicht.

Differentiiert man diese Gleichung 2 mal nach der Zeit, so findet man die Beschleunigungskomponenten und hieraus die Komponenten der freien Massenkraft. Der einfachere Weg ist der, sie gleich als Zentrifugalkraft zu berechnen, herrührend von der Masse $2\frac{G_H}{g}$.

Man erhält dann für die Massenkraft $\mathfrak{P}$:

$$\mathfrak{P} = 2 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot (2\omega)^2 \cdot \frac{r}{2} = 4 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r$$
$$= 4 \cdot P_I = 5800 \text{ kg.} \qquad (P_I \text{ s. Tab. 12.})$$

Die Größe dieser Kraft bleibt unveränderlich; nur ihr Richtungssinn ändert sich ständig. Als günstig ist der Umstand zu betrachten, daß die Richtung sich mit der Winkelgeschwindigkeit 2ω ändert. Hierdurch treten die Impulse in den einzelnen Richtungen in sehr rascher Reihenfolge auf, so daß Resonanz nur eintreten kann, sobald die Eigenschwingungszahl des Maschinengestells mindestens gleich der doppelten Drehzahl der Maschine oder ein Vielfaches hiervon ist.

In Fig. 64 sind die Massenkräfte, die sich hier zu 5800 kg ergeben, in Polarkoordinaten dargestellt. Der Winkelabstand von Punkt 1 zu Punkt 2 usw. entspricht jedesmal einem Zylinderdrehwinkel von 30^0, so daß das in einen Kreis übergehende Polardiagramm für jede volle Umdrehung der Maschine zweimal durchlaufen wird. Die Kräfte greifen bei den Umlaufmaschinen im Punkte B der Fig. 65, dem festgehaltenen Kurbelzapfenmittelpunkt an, denn sie können nur durch die Flügelstangen übertragen werden.

Die freien Kräfte treten in einer einzigen Ebene auf, und zwar in jener, welche alle Zylinderachsen enthält. Von Kippmomenten in dem bisher gemeinten Sinne kann also hier nicht die Rede sein.

Alle Umlaufmaschinen zeigen aber die Anordnung, daß das Kurbelgehäuse mit den Zylindern fliegend um das freie Wellenende kreist. Die freien Kräfte werden deshalb Biegungsmomente in bezug auf die feststehende Kurbelwelle hervorbringen, die in Fig. 64 als „Biegungsmomente" dargestellt sind. Weiterhin werden diese Biegungsmomente die Verbindung der Welle mit dem Fahrzeug zu lockern suchen, da sie eine ständige Rüttelbewegung ausführen. Aus dem Textbild des schon erwähnten Aufsatzes von „Schendel" [1]) läßt sich der Abstand b von Zylindermitte bis Mitte des Lagers entnehmen zu

$$b = \text{ca. } 1{,}75 \cdot r.$$

Die Größe des Biegungsmomentes ergibt sich somit zu

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{P} \cdot 1{,}75 \cdot 0{,}095 = 965 \text{ mkg.}$$

Sein Vektor kreist ebenfalls mit der Winkelgeschwindigkeit 2ω und eilt dem Polstrahle nach dem gemeinsamen Schwerpunkt der hin- und hergehenden Massen um 90^0 voraus.

---

[1]) Z. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt 1910, H. 21, S. 274.

Die Dreizylinder-Umlaufmaschine. (Fig. 64.)

Bei der Dreizylinder-Umlaufmaschine schließen die Zylinder gegenseitig Winkel von 120^0 ein. Bilden wir hierfür das Schema I—III der Hilfsdrehstrecken, dann folgt bei i = 3

$$\Sigma(\sin\alpha) = 0;\quad \Sigma(\sin 2\alpha) = 0;\quad \Sigma(\sin 3\alpha) = 3 \cdot \sin 3\alpha;$$
$$\Sigma(\cos\alpha) = 0;\quad \Sigma(\cos 2\alpha) = 0;\quad \Sigma(\cos 3\alpha) = 3 \cdot \cos 3\alpha;$$

Die Gl. 49a geht hiermit über in:

$$X = \frac{\lambda \cdot r}{8} \cdot \sin 3\alpha$$

$$Y = \frac{\lambda \cdot r}{8} \cdot \cos 3\alpha + \frac{r}{2},$$

d. h. der Schwerpunkt der hin- und hergehenden Massen bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit $3 \cdot \omega$ auf einem Kreise, dessen Radius sich zu

$$\frac{\lambda \cdot r}{8} = \frac{80}{8 \cdot 4{,}5} = 2{,}22 \text{ mm}$$

findet, und dessen Mittelpunkt $0'$ im Abstand $\frac{r}{2}$ von Punkt 0 auf der Y-Achse liegt. Diese Schwerpunktsbewegung tritt nur wegen der Endlichkeit der Flügelstangenlänge auf.

Die Massenkräfte selbst treten in B (der Fig. 65) auf. Sie errechnen sich wieder als reine Zentrifugalkräfte zu

$$\mathfrak{P} = 3 \cdot \frac{G_H}{g} \cdot \frac{\lambda \cdot r}{8} \cdot (3\omega)^2 = \frac{27}{8} \cdot \frac{G_H}{g} \cdot r \cdot \lambda \cdot \omega^2$$
$$= \frac{27}{8} \cdot P_{II} = \frac{27}{8} \cdot 201 = 680 \text{ kg} \quad \text{(s. Tab. 12).}$$

Das Polardiagramm dieser Kraft geht auch hier wieder in einen Kreis über (siehe Fig. 64), der für jede volle Umdrehung der Maschine 3mal zu durchlaufen ist.

Ähnlich wie bei der Zweizylindermaschine sind auch hier Biegungsmomente zu erwarten. Der Hebelarm b erreicht den Absolutwert

$$b \sim 1{,}75 \cdot r = 1{,}75 \cdot 0{,}08 \sim 0{,}14 \text{ m}.$$

Also

$$\mathfrak{M} = 0{,}14 \cdot \mathfrak{P} = 0{,}14 \cdot 680$$
$$= 95{,}3 \text{ mkg}.$$

Der in Fig. 64 im Polardiagramm dargestellte Vektor kreist mit der Winkelgeschwindigkeit 3ω und eilt dem Kräftefahrstrahl um 90^0 voraus.

Die Fünfzylinder-Umlaufmaschine. (Fig. 64.)

Würden wir für eine Vierzylinder-Umlaufmaschine das Schema I—III aufstellen, so fände sich, daß sowohl I als auch II und III zu Null werden, d. h. es treten überhaupt keine freien Massenkräfte mehr auf.

Ausgeführt ist das Schema dieser Hilfsdrehstrecken in Fig. 64 für die Fünfzylinder-Maschine. Es gibt stets den Wert Null an, und zwar für jede beliebige Zylinderzahl, die größer als 3 ist.

Die Gl. 49a lautet somit für $i > 3$:

$$X = 0 \text{ und } Y = \frac{r}{2}.$$

Dies bedeutet nichts anderes, als daß der Schwerpunkt der hin- und hergehenden Massen trotz der ungleichen Drehung derselben um Punkt B unbeweglich im Punkte $Y = \frac{r}{2}$; $X = 0$ liegen bleibt. Somit verschwinden die Kräfte und Momente nach außen hin vollkommen, und die Polardiagramme gehen je in einen Punkt über.

Die Siebenzylinder-Umlaufmaschine (Fig. 64).

Da die Siebenzylinder-Maschine mehr als 3 Zylinder aufweist, müssen auch bei ihr alle freien Kräfte sowie Momente entfallen.

e) Die freien Massenkräfte beim geschränkten Kurbeltrieb.

Aus der Abhandlung des ersten Teiles über den Ungleichförmigkeitsgrad beim geschränkten Kurbeltrieb S. 113 entnehmen wir die Kolbengeschwindigkeit c zu

$$c = \omega \cdot r \cdot \left(-\sin\alpha + \frac{a}{l} \cdot \cos\alpha - \frac{r}{2l} \cdot \sin 2\alpha\right).$$

Wollen wir zu den Massenkräften gelangen, welche die hin- und hergehenden Teile hervorrufen, so ist zuerst die Kolbenbeschleunigung zu ermitteln. Durch Differentiieren der Gleichung für c findet sich

$$\frac{dc}{dt} = b = -\omega^2 \cdot r \cdot \left[\cos\alpha + \frac{a}{l} \cdot \sin\alpha + \lambda \cdot \cos 2\alpha\right]. \quad 50)$$

Für den üblichen kleinen Wert der Schränkung, vom Betrage $a \sim \frac{r}{4}$, soll die bisher gültige Massenaufteilung der Flügelstange beibehalten werden. Dann ergibt sich der Massendruck P zu

$$\left.\begin{aligned} P &= -\frac{G_H}{g} \cdot b \\ &= \frac{G_H}{g} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \left[\cos\alpha + \frac{a}{l} \cdot \sin\alpha + \lambda \cdot \cos 2\alpha\right] \ldots \text{kg} \end{aligned}\right\}. \quad 51)$$

Diese Gleichung stimmt mit jener für den normalen Kurbeltrieb bis auf das Glied $\frac{a}{l}$. sin α überein. Es wird also die Drehstrecke für die Massenkraft erster Ordnung größer und erhält zudem gegenüber der Kurbel eine kleine Phasenverschiebung.

Setzen wir die Größe der Drehstrecke I beim normalen Kurbeltrieb gleich „Eins", so findet sie sich zu I′ für den geschränkten Kurbeltrieb aus $(I')^2 = (1)^2 + \left(\frac{a}{l}\right)^2$, denn es stehen ja die Drehstrecken der zwei Summanden $\cos\alpha + \frac{a}{l}$. sin α senkrecht zueinander. Setzen wir nun $a = \frac{r}{4}$ und $l = 4{,}5$. r, so ergibt sich: $I' = 1{,}015$. I, d. h. die Massenkraft erster Ordnung ist hier um 1,5 % größer geworden.

Der Phasenverschiebungswinkel γ zwischen Kurbel- und Drehstrecke findet sich aus der Beziehung

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{a/l}{1} = \frac{a}{l} = \frac{1}{18} = 0{,}0555$$

zu $$\gamma = 3^0\,10'.$$

Die Drehstrecke eilt der Kurbel um diesen Betrag nach, sobald a im Sinne der Kurbeldrehung auftritt, also zur Entlastung der Gleichflächen angewandt ist.

Diese Differenzen sind gegenüber den Ergebnissen beim normalen Kurbeltrieb derart geringfügig, daß sie zeichnerisch fast nicht zum Vorschein kommen. Es soll daher auch davon abgesehen werden, die Maschine mit geschränktem Kurbeltrieb so ausführlich durchzusprechen wie die übrigen Maschinen. Es dürfte der Hinweis genügen, daß der Unterschied für jeden einzelnen Zylinder nur ein sehr geringer ist, und daß bei Mehrzylinder-Maschinen die früheren Überlegungen streng richtig sind; derart z. B., daß bei der Vierzylinder-Maschine nur die bekannten Kräfte zweiter Ordnung auftreten, während die Sechs- und Achtzylinder-Maschinen trotz der Schränkung ebenfalls praktisch völlig ausgeglichen sind, wenn die Schränkung das Maß $a = \frac{r}{4}$ nicht erheblich übersteigt.

4. Die zeichnerische Ermittelung der Massenkräfte der Umlaufmaschinen.

Wir fanden, daß bei mehr als 3 Zylindern die nach außen wahrnehmbaren Massenkräfte der Umlaufmaschinen verschwinden. Einen Einblick, welche Kräfte im Innern der Maschine wogen, gestattet das

oben erläuterte Verfahren, in welchem die Schwerpunktsbewegung verfolgt wurde, nicht.

Diese inneren Kräfte müssen aber ganz außergewöhnliche Größen annehmen; denn es ist allgemein bekannt, daß die Gnómemotoren, die meist verbreiteten Vertreter der Umlaufmaschinen, eine sehr kurze Lebensdauer haben. Sie wird in der Z. d. V. d. I. 1910 S. 1875 für die Zylinder zu ca. 36—40 Betriebsstunden angegeben. Es wird sich daher lohnen, alle auftretenden Kräfte in ihrem ganzen Verlauf während einer Umdrehung festzustellen, um eine Erklärung für den starken Verschleiß zu finden.

Der rein mathematische Weg führt, wie wir in der schon erwähnten Abhandlung von „Schendel" sehen, zu Formeln, welche sich nur vom Geübten leicht überblicken lassen, und die außerdem nur unter gewissen, wenn auch geringen Vernachlässigungen gewonnen werden.

Als besser geeignet erscheint hier der zeichnerische Weg, den uns die Regeln der Kinematik weisen. Er liefert uns nach Größe und Richtung jede einzelne Teilbeschleunigung der hin- und hergehenden Massen, welche zur Gesamtbeschleunigung und somit zur Massenkraft beiträgt, und gestattet daher, das ganze Kraftbild zu übersehen [1]).

Wir wollen diesen Weg an Hand der Fig. 65 kennen lernen. Dort bedeutet:

MB den unbeweglich mit dem Gestell verbundenen Kurbelarm von der Länge r
BA die Länge l der Flügelstange,
MA den jeweiligen Abstand S des Kolbenschwerpunktes A von der Drehachse M des Zylinders.

Nun sei noch angenommen, daß der Zylinder — vom Beschauer aus gesehen — rechtsdrehend kreise, und zwar mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \text{tg}\,\delta$, welche praktisch genau genug als konstant angesehen werden kann.

1. Geschwindigkeiten.

Für unseren Fall läßt sich die in Föppl IV S. 347 bei der Betrachtung der Relativbewegung ausgesprochene Regel anwenden. Sie lautet: „Die absolute Geschwindigkeit eines bewegten Punktes ist in jedem Augenblicke gleich der geometrischen Summe aus der Fahrzeuggeschwindigkeit und der Relativgeschwindigkeit gegen das Fahrzeug."

Als Fahrzeug ist hier der Zylinder anzusehen, und zwar für den

[1]) In „Burmester, Lehrbuch d. Kinematik", 1. Bd., S. 837 (Fig. 801) und S. 841 (Fig. 805) sind für die Maschine von „Morey" und die Maschine von „Schneider", bei denen die Zylinder kreisen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen graphisch ermittelt.

Augenblick der Betrachtung dessen Punkt A in Fig. 65. Die Geschwindigkeit ① dieses Punktes (Fahrzeuggeschwindigkeit) können wir auch auffassen als „die Geschwindigkeit, mit welcher der Kolbenpunkt A vom Zylinder mitgenommen wird". Dem Zahlenwerte nach bestimmt sie sich aus:

$$① = S \cdot \omega = S \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} = S \cdot \operatorname{tg} \delta$$

Der Kolbenpunkt A, dessen Geschwindigkeit wir suchen, ist aber zugleich der Endpunkt der Flügelstange BA, die sich ihrerseits um den festen Punkt B dreht. Es muß daher die absolute Geschwindigkeit ② von A senkrecht auf BA stehen. Sie ist bei Fig. 65 aufgezählt als: „Absolute Geschwindigkeit des Kolbenpunktes A, als Endpunkt der Flügelstange BA". Ihre Größe $② = l \cdot \omega' = l \cdot \operatorname{tg} \delta'$ ist vorläufig nicht bekannt. Wir wissen aber, daß die Relativgeschwindigkeit gegen das Fahrzeug jene Geschwindigkeit ③ ist, mit welcher sich der Kolben im Zylinder bewegt. Ihre Richtung deckt sich mit jener der Zylinderachse. Ziehen wir in den zwei Endpunkten von ① die Richtungslinien von ② und ③ als geometrische Örter, so legt deren Schnittpunkt die beiden Geschwindigkeiten fest. Der Maßstab für ② und ③ ist der gleiche wie für ①.

Die Seitenlängen dieses Dreiecks erfüllen die eingangs gestellte Forderung, die sich in Symbolen ausdrücken läßt

$$② = ① \dashv\!\!\rightarrow ③.$$

2. Die Beschleunigungen (Fig. 65).

Zur Bestimmung der Beschleunigung des Punktes A lassen sich zwei Wege einschlagen, die beide zum gleichen Ziele führen.

a) Wir betrachten die Kolbenbewegung, ausgehend von der Bewegung des Zylinders. Dann gilt nach Föppl IV S. 348 der Satz von Coriolis:

„Die absolute Beschleunigung des bewegten Punktes ist gleich der geometrischen Summe aus:

α) der Fahrzeugbeschleunigung,
β) der Relativbeschleunigung gegen das Fahrzeug und
γ) dem doppelten äußeren Produkte aus Relativgeschwindigkeit und der Winkelgeschwindigkeit des Fahrzeugs."

Als Fahrzeugbeschleunigung ist hier die Normalbeschleunigung ④ jenes Zylinderpunktes anzusehen, der gerade mit dem Punkte A des Kolbens zusammenfällt. Ihre Richtung zeigt nach dem Punkte M hin. Der Größe nach bestimmt sich ④, da der Voraussetzung gemäß die Drehung

des Zylinders mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω vor sich gehen soll, aus:

$$④ = S \cdot \omega^2 = \frac{①^2}{S},$$

da wir fanden: $① = S \cdot \omega$. Die Beschleunigung ④ ließe sich auch graphisch aus ① bestimmen. Doch fiele sie in dem gewählten Maßstabe sehr klein

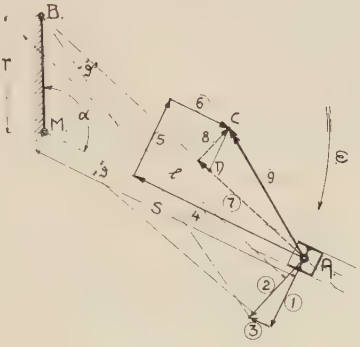


Fig. 65.

① $= S \cdot \omega = S \cdot \operatorname{tg} \vartheta$ . . . Geschwindigkeit, mit welcher der Kolben A vom Zylinder mitgenommen wird.

② $= l \cdot \omega' = l \cdot \operatorname{tg} \vartheta'$ . . . Absolute Geschwindigkeit des Kolbenpunktes A als Endpunkt der Flügelstange BA.

③ $= c$ . . . . . Geschwindigkeit, mit welcher sich der Kolben im Zylinder bewegt.

④ $= S \cdot \omega^2$ . . . . . Normalbeschleunigung des Zyl.-Punktes, der gerade mit dem Punkt „A" des Kolbens zusammenfällt.

⑤ $= 2 \cdot c \cdot \omega = 2 \cdot ③ \cdot \omega$. Beschleunigung der Relativbewegung des Kolbens gegen den Zylinder. (Coriolis Beschleunigung.)

⑥ $= \frac{dc}{dt} = \frac{d③}{dt}$ . . . . Beschleunigung des Kolbens im Zylinder.

⑦ $= l \cdot \omega'^2$ . . . . . Normalbeschleunigung des Kolbenpunktes A als Endpunkt der Flügelstange BA.

⑧ $= \frac{d(l \cdot \omega')}{dt} = \frac{d②}{dt}$ . . Tangentialbeschleunigung von A als Endpunkt von BA.

⑨ $= b$ . . . . . Gesamtbeschleunigung des Kolbenschwerpunktes A.

$(⑨_N) = AD$ . . . . . Komponente von b in Richtung der Flügelstange AB.

$(⑨_T) = DC$ . . . . . Komponente von b senkrecht zur Zylinderachse MA.

aus. Der rechnerische Weg ist in diesem Falle vorzuziehen, weil man nun nach Gutdünken über den Maßstab verfügen kann.

Ebenso leicht läßt sich das doppelte äußere Produkt aus Relativgeschwindigkeit des Kolbens und Winkelgeschwindigkeit des Zylinders berechnen, da es in unserem besonderen Falle, bei welchem Winkelgeschwindigkeit und Relativgeschwindigkeit stets aufeinander senkrecht stehen, in das doppelte Produkt übergeht. Es ist dies die unter ⑤ in Fig. 65 aufgeführte „Beschleunigung der Relativbewegung des Kolbens gegen den Zylinder" (Coriolis-Beschleunigung). Sie steht senkrecht auf der Achse des Zylinders. Ihr Richtungssinn ist entgegengesetzt jenem der Zylinderdrehung, solange die Geschwindigkeit ③ nach M hinzeigt. Es muß ja ① verkleinert werden, ⑤ daher als Verzögerung auftreten.

Zeigt ③ von M weg, dann steht der Pfeil von ⑤ im Sinne der Zylinderdrehung.

Wir finden:

$$⑤ = 2 \cdot \omega \cdot c = 2 \cdot \omega \cdot ③.$$

Diese Größe wird im Endpunkt von ④ angetragen.

Um den Endpunkt der Gesamtbeschleunigung ⑨ des Punktes A zu finden, wäre nun noch die Relativbeschleunigung gegen das Fahrzeug einzutragen, die unter ⑥ als „Beschleunigung des Kolbens im Zylinder" aufgeführt ist. Der Richtung nach verläuft sie parallel zur Zylinderachse; ziehen wir daher durch den Endpunkt von ⑤ eine Parallele zur Zylinderachse, so muß auf ihr der Endpunkt von ⑨ liegen. Es ließe sich auch sofort die Größe von ⑥ errechnen aus der Beziehung für den normalen Kurbeltrieb:

$$⑥ = -\omega^2 \cdot r \cdot \cos \alpha - \lambda \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \cos 2\alpha.$$

Dieser Umständlichkeit gehen wir aber aus dem Wege, wenn wir den Endpunkt von ⑥ zeichnerisch bestimmen. Hierzu sind wir in der Lage, sobald wir den zweiten angedeuteten Weg einschlagen.

2. Wir betrachten die Bewegung des Kolbenpunktes A andererseits als Drehung des Flügelstangenpunktes A um den festen Punkt B. Für diesen Fall sind nur zwei Beschleunigungskomponenten zu erwarten, und zwar

α) eine Normalbeschleunigung,

β) eine Tangentialbeschleunigung.

Erstere ist unter ⑦ bezeichnet mit „Normalbeschleunigung des Kolbenpunktes A als Endpunkt der Flügelstange BA". Sie läßt sich rechnerisch bestimmen, da wir die Geschwindigkeit ② des Punktes A bei seiner Drehung um B kennen. Es ist

$$⑦ = l \cdot \omega'^2 = \frac{(l \cdot \omega')^2}{l} = \frac{②^2}{l}.$$

Als Normalbeschleunigung fällt sie in die Richtung der Stange BA.

Die Richtung der Tangentialbeschleunigung (8) des Punktes A als Endpunkt der Flügelstange BA muß senkrecht zu BA stehen. Größe und Richtungssinn kennen wir nicht; wohl aber wissen wir, daß (8) zu (7) addiert bis zum Endpunkt der Gesamtbeschleunigung (9) reichen muß. Für diesen Endpunkt haben wir demnach einen zweiten geometrischen Ort. Wir ziehen im Endpunkt von (7) eine Senkrechte zu BA. Sie schneidet die Richtungslinie (8) und legt dadurch den Endpunkt für die Beschleunigungen (6) und (8) und für die Gesamtbeschleunigung (9) fest. Letztere reicht vom Punkte A bis zu dem gefundenen Schnittpunkte C.

Die Beschleunigungskraft der in A vereinigten Masse $\frac{G_H}{g}$ ist der Beschleunigung (9) entgegengesetzt gerichtet. Die Wirkung dieser Massenkraft kann nur derart sein, daß sie eine Komponente in Richtung der Flügelstange (Zug) und eine zweite senkrecht zur Zylinderachse bedingt, welch letzterer als Druck zwischen Kolben und Zylinderwand auftritt.

Wir wollen daher gar nicht erst die gesamte Massenkraft berechnen, sondern werden die Beschleunigung (9) durch die zu MA senkrecht verlaufende Linie CD in die zwei erwähnten Richtungen zerlegen.

$\overset{\frown}{(\mathfrak{9}_N)}$ = AD ist die Beschleunigungskomponente in Richtung der Flügelstange,

$\overset{\frown}{(\mathfrak{9}_T)}$ = CD ist die Komponente, welche den Druck zwischen Kolben und Zylinderwand verusacht.

Die Komponenten der Massenkraft ergeben sich dann zu:

$$1.\quad \mathfrak{P}_N = -\overset{\frown}{(\mathfrak{9}_N)} \cdot \frac{G_H}{g}.$$

Diese Kraft fällt stets als Zug in Richtung der Flügelstange und belastet die Zapfen A und B.

$$2.\quad \mathfrak{P}_T = -\overset{\frown}{(\mathfrak{9}_T)} \cdot \frac{G_H}{g}.$$

Diese Kraft verursacht die große Pressung zwischen Kolben und Zylinderwand, welche den Zylinder so rasch abnützt. Sie wird am größten, wenn (5) sein Maximum erreicht, d. h. wenn andererseits die Relativgeschwindigkeit (3) am größten ist. Großer Gleitbahndruck und große Gleitgeschwindigkeit addieren sich also in ihren ungünstigen Wirkungen. Über die Änderungen, welche die so ermittelten reinen Massenkräfte durch den Explosionsdruck erleiden, gibt G. Schendel in der S 177 erwähnten Arbeit Aufschluß.

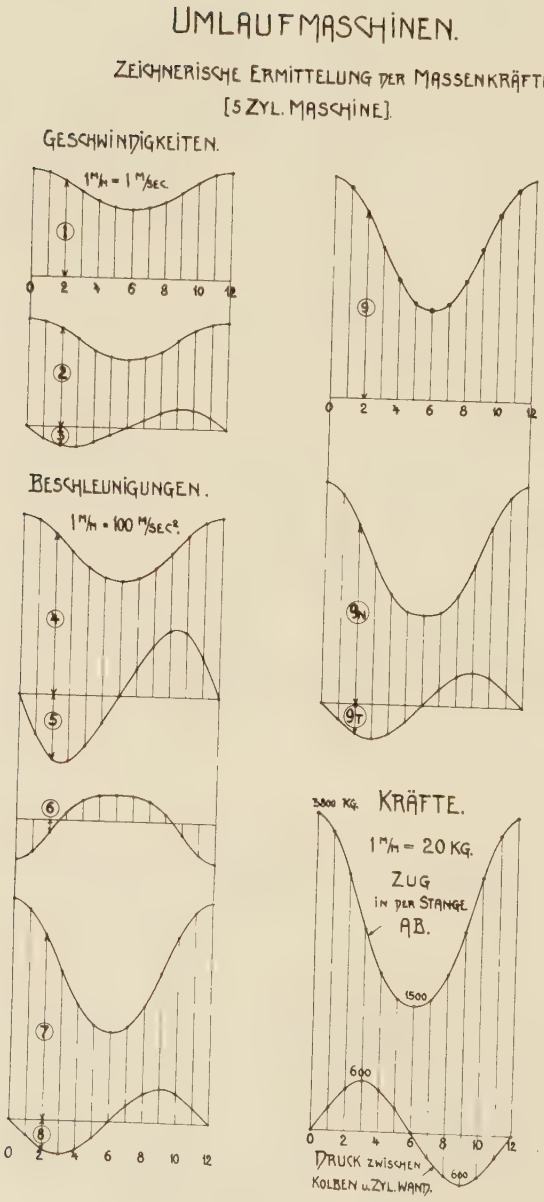

UMLAUFMASCHINEN.
ZEICHNERISCHE ERMITTELUNG DER MASSENKRÄFTE.
[5 ZYL. MASCHINE].
GESCHWINDIGKEITEN.
1"/m = 1 M/SEC.
BESCHLEUNIGUNGEN.
1"/m = 100 M/SEC².
3800 KG. KRÄFTE.
1"/m = 20 KG.
ZUG
IN DER STANGE
AB.
1500
600
DRUCK ZWISCHEN
KOLBEN u. ZYL. WAND.
600

Fig. 66.

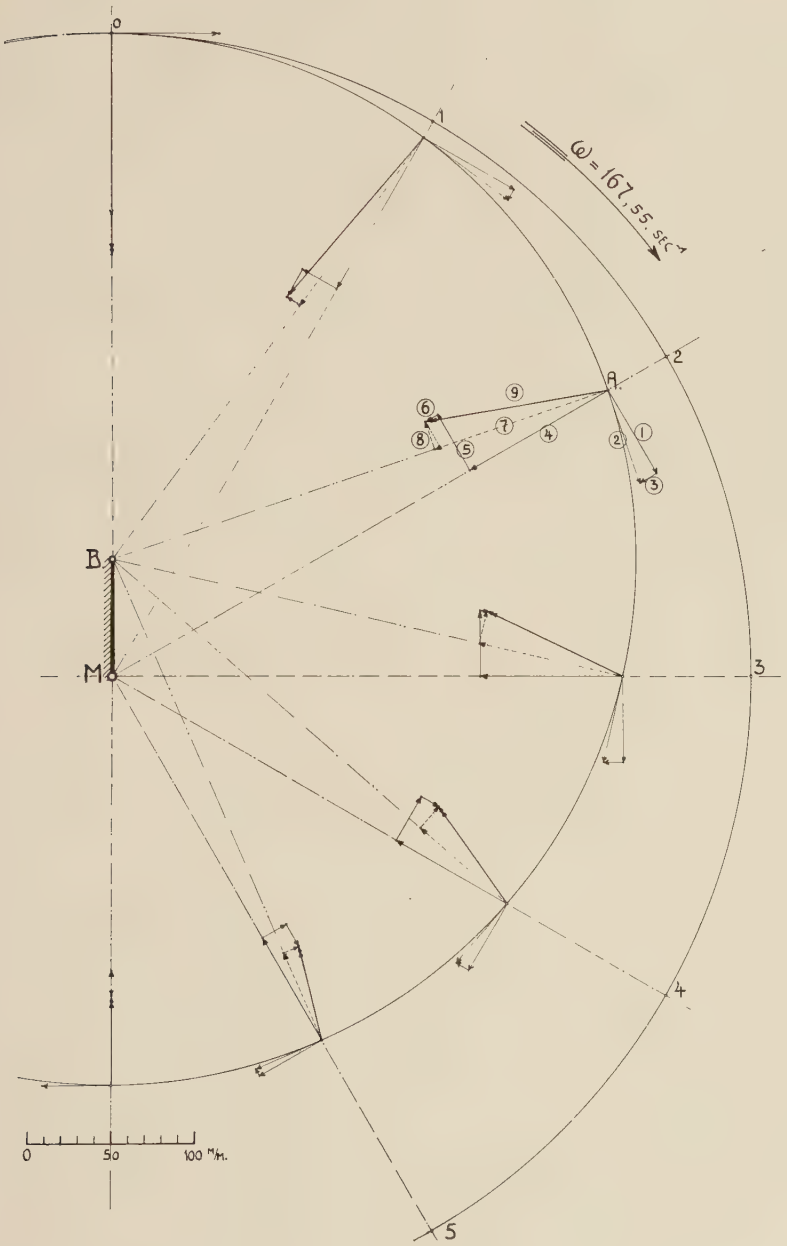


Fig. 66.

a) Die inneren Massenkräfte der Fünfzylinder-Umlaufmaschine (Fig. 66).

In der besprochenen Weise ist die zeichnerische Untersuchung durchgeführt, welche Fig. 66 wiedergibt. Der Gnômemotor mit 5 oder 7 Zylindern ist der am meisten verbreitete und erfolgreichste Vertreter der Umlaufmaschinen, weshalb es interessant ist, einen Einblick in die inneren Massenkräfte bzw. die Zapfen und Geradführungsdrücke zu erhalten.

Zu diesem Zwecke ist hier die Fünfzylinder-Umlaufmaschine gewählt, deren Getriebeabmessungen in Fig. 66 in natürlicher Größe aufgezeichnet sind. Hier entsprechen die Strahlen $M \div 0$, $M \div 1$, $M \div 2$ usw. je einer Drehung der Zylinder um $\frac{2\pi}{12} = 30^0$, so daß wir für 12 Teilpunkte eines Umlaufes Ergebnisse gewinnen, die durch einen Kurvenzug vervollständigt werden können. Jeder einzelne Kurbeltrieb unterliegt bei der Drehung der Maschine den gleichen Gesetzen, weshalb es genügt, die Bewegung des Getriebes für einen einzigen Zylinder zu verfolgen. Weiterhin genügt es, die Untersuchung auf die gezeichnete halbe Drehung auszudehnen. Die fehlenden Stellungen $7 \div 11$ sind nur die Spiegelbilder von $2 \div 5$, hinsichtlich der Achse MB.

Für die volle Umdrehung sind nun die Geschwindigkeiten ①—③ und Beschleunigungen ④—⑨ in Diagrammen links in Fig. 66 zusammengestellt herausgezeichnet.

Unter $\overset{\frown}{(9_N)}$ und $\overset{\frown}{(9_T)}$ finden wir im vorletzten Diagramm in Fig. 66 die zwei wirksamen Komponenten der Gesamtbeschleunigung. Die von diesen Komponenten hervorgerufenen Kräfte sind maßstäblich im letzten Diagramm der Fig. 66 ersichtlich. Es sind dies:

1. Der Zug in der Flügelstange AB, schwankend zwischen 1500 und 3800 kg. Er belastet die Zapfen A und B.
2. Der Druck zwischen Kolben- und Zylinderwand, der sich innerhalb der Grenzen $\pm$ 600 kg bewegt. Es werden also abwechselnd die dem Kolben vorauseilende sowie die nacheilende Zylinderwand Drücken von 0—600 kg ausgesetzt sein, wobei die größten Pressungen bei der größten Relativgeschwindigkeit des Kolbens auftreten und die Pressungen 0 beim Hubwechsel. Die mittlere Größe des Druckes folgt zu 360 kg. Wäre der Reibungskoeffizient für den normalen Betriebszustand bekannt, so wäre es möglich, die Reibungsarbeit im Zylinder festzustellen.

5. Zusammenstellung der Ergebnisse.

Um einen Überblick über die Ergebnisse zu erlangen, wollen wir die Figuren 46, 53, 56, 63 und 64 noch einmal durchsehen.

Von den

Reihenmaschinen (Fig. 46)

ist zu sagen, daß die Einzylinder-Maschine und die Zweizylinder-Maschine mit Kurbeln unter 0^0 großen freien Massenkräften unterworfen sind. Letztere Maschine, mit Kurbeln unter 180^0 ausgeführt, zeigt geringe Massenkräfte, dafür aber bedeutende Kippmomente. Bei der Dreizylinder-Maschine fallen die Massenkräfte völlig weg, jedoch die Kippmomente sind beträchtlich. Ein Ausgleich ist bei diesen Maschinen nur zum Teil möglich. Bringt man kreisende Gegengewichte an, so vermögen diese nur die Massenwirkungen zu mildern. Zugleich liefern sie aber auch weitere freie Kräfte, die sich mit der Masse um das Wellenmittel drehen (Zentrifugalkräfte).

Bei der Vierzylinder-Maschine sind die Massenkräfte klein; sie rühren nur von der endlichen Stangenlänge her. Kippmomente treten nicht auf.

Die Sechs- und die Achtzylinder-Maschinen sind ohne irgendwelche Hilfsmassen vollkommen ausgeglichen.

Bei der Ausführung als

Gabelmaschinen (Fig. 53)

treffen wir bei der Zweizylinder-Maschine ziemlich bedeutende Massenkräfte an, die sich aber größtenteils ausgleichen lassen. Es bleiben dann nur noch die Kräfte zweiter Ordnung übrig, die in horizontaler Ebene wirken.

Bei der Vierzylinder-Maschine verbleiben nur die Kräfte zweiter Ordnung, die wieder horizontal verlaufen. Dafür treten bedeutende Kippmomente auf, deren Ausgleich jedoch möglich ist.

Würde man eine Sechszylinder-Maschine ausführen mit der Kurbelwelle, welche die Dreizylinder-Reihenmaschine aufweist, so fände man, wie durch Aufzeichnen der Hilfsdrehstrecken rasch zu beweisen ist, keine freien Massenkräfte. Wohl würden aber Kippmomente auftreten. Auch diese würden verschwinden, sobald man zwei Sechszylinder-Maschinen zur Zwölfzylinder-Gabelmaschine vereinigen würde. Beide wurden bisher nicht in die Betrachtung einbezogen, da sie keine ihrer Zylinderzahl entsprechenden Zündabstände ermöglichen.

Die Achtzylinder-Maschine ist die erste, welche gleiche Zündabstände aufweist. Ihre nur in horizontaler Ebene verlaufenden Massenkräfte sind klein und von zweiter Ordnung.

Die Sechzehnzylinder-Maschine ist ganz ausgeglichen, wenn man ihr die Kurbelwelle der Achtzylinder-Reihenmaschine gibt. Nur wirkt sie dann hinsichtlich des Drehmomentes als Achtzylinder-Maschine, bei der je zwei Explosionen zusammentreffen.

Sollen die Zündabstände $\frac{720^0}{16}$ betragen, dann muß die Welle die in Fig. 53 gezeichnete Form annehmen, die aber einen völligen Massenausgleich ausschließt.

Somit finden wir bei den Gabelmaschinen keine Zylinderzahl, trotzdem wir bis 16 gingen, welche ähnlich wie bei den Sechs- und Achtzylinder-Reihenmaschinen günstigste Zündabstände mit völligem Massenausgleich vereint ermöglicht.

Sternmaschinen (Fig. 56).

Die Anordnung der Zylinder in Sternform bietet den Vorteil, daß keine Kippmomente auftreten können. Dem steht aber ein ebenso grundsätzlicher Nachteil gegenüber, daß nämlich der Ausgleich der hin- und hergehenden Massen, sofern er überhaupt möglich ist, nur durch Zusatzmassen erreicht werden kann. Die Zweizylinder-Maschine unterliegt großen Massenkräften, welche in der gemeinsamen Zylinderachse verlaufen. Sie können verringert, aber nicht ausgeglichen werden. Würde man 4 Einheiten dieser Art als Achtzylinder-Maschine nebeneinander legen und die Kurbelanordnung der Vierzylinder-Reihenmaschine wählen, dann hätte man eine völlig ausgeglichene Maschine. Hinsichtlich ihres Drehmomentes würde sie aber nur als Vierzylinder-Maschine gelten, da nur Zündabstände von 180^0 möglich sind. Es müßten eben stets zwei Arbeitshübe zu gleicher Zeit auftreten.

Die freien Kräfte der Dreizylinder-Maschine sind ausgleichbar bis auf den Rest, der von der endlichen Stangenlänge herrührt.

Die Fünf- und die Siebenzylinder-Maschinen können durch Zusatzmassen völlig ausgeglichen werden. Dies wäre auch bei einer Vierzylinder-Maschine schon möglich.

Fächermaschinen (Fig. 63).

Eine Fächermaschine ohne freie Massenkräfte ist die mit zwei Zylindern ausgeführte. Infolge der Versetzung der beiden Zylinderachsen treten Kippmomente auf, die nicht ausgeglichen werden können.

Bildet man die Kurbelwelle und eine Flügelstange derart aus, daß die Achsen beider Zylinder in eine Gerade fallen, so ist es möglich, auch die Kippmomente zu beseitigen, und wir haben eine mit nur zwei Zylindern ausgeführte Maschine, welche die Vorzüge des vollkommenen Massenausgleiches mit gleichen Zündabständen verbindet.

Setzt man diese Einheit, 2-, 3-, 4mal nebeneinander und bildet die Kurbelwelle entsprechend aus, so erhält man eine Vier-, Sechs- oder Achtzylinder-Maschine mit gleichen Zündabständen und ebenfalls völligem Ausgleich. Diese Maschinen haben zudem den Vorteil, daß jedes Zweizylinder-Element für sich ausgeglichen ist, so daß der Rahmen der Maschine keine Kräfte aufzunehmen braucht. Er kann somit leicht gehalten werden.

Die Massenkräfte der Dreizylinder-Maschine mit einem Kurbelzapfen lassen sich ausgleichen bis auf den Teil, der durch die endliche Stangenlänge hereinkommt.

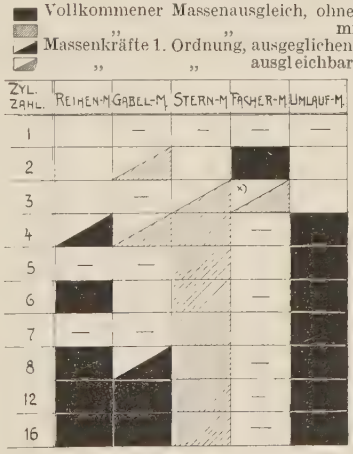
Führt man diese Maschine mit zwei Kurbelzapfen aus, dann wird die Möglichkeit des Ausgleiches bedeutend verschlechtert. Zudem treten noch erhebliche Kippmomente auf.

Die Fünf- und die Siebenzylinder-Maschine liefern ganz verwickelte Kraftbilder. Doch ist der Verlauf der Kippmomente ein solcher, daß letztere fast völlig zu beseitigen sind. Rückwirkend dürften hierdurch auch wesentliche Änderungen in den Schaulinien der freien Massenkräfte zu erwarten sein.

Die Umlaufmaschinen (Fig. 64).

Die Zweizylinder-Umlaufmaschine unterliegt ganz bedeutenden freien Massenkräften, die mit gewöhnlichen Mitteln nicht zu beseitigen sind, da sie im Takte der doppelten Drehzahl der Maschine erscheinen. Das Moment, welches die Maschinenwelle abzubiegen sucht, ist ebenfalls sehr groß.

Tabelle 13.



Bedeutend geringer sind Massenkraft und Moment bei der Dreizylinder-Maschine. Dafür ändert aber der Vektor beider seine Richtung mit der dreifachen Winkelgeschwindigkeit der Maschine. Bei 4 Zylindern würden schon keine freien Massenkräfte und Momente mehr auftreten.

Das gleiche gilt für 5, 7 und mehr Zylinder.

Gerade diese Maschinen weisen einen vorzüglichen Gleichgang auf, der sie, vereint mit dem erschütterungsfreien Lauf, für die Flugschiffahrt als äußerst willkommen erscheinen läßt. Leider zeigen sie andererseits

den großen Mangel, daß die große Belastung der Bolzen und Zylindergleitfäden ihre Lebensdauer sehr stark herabsetzt.

Die graphische Tab. 13 läßt mit einem Blick übersehen, welche Maschinen ganz ausgeglichen und bei welchen anderen nur die Massenwirkungen erster Ordnung aufgehoben sind. In der Tabelle ist hervorgehoben, ob dieser Ausgleich ohne oder mit Hilfsmassen eintritt. Wir haben so eine bequeme Handhabe, die Maschinen hinsichtlich dieser Eigenschaften zu beurteilen.

Die Zweizylinder-Fächermaschine ist zu den völlig ausgeglichenen Maschinen gerechnet, da ja die Möglichkeit hierzu tatsächlich besteht.

Des weiteren wurde hier die Zylinderzahl 12 mit aufgenommen, die wir nach den gewonnenen Kenntnissen rasch erledigen konnten. Es ist klar, daß die 12-Zylinder-Reihenmaschine als Verdoppelung der Sechszylinder-Maschine ausgeglichen ist; ebenso die Sechzehnzylinder-Reihenmaschine als Verdoppelung von 8 Zylindern.

Alle Sternmaschinen und alle Umlaufmaschinen mit mehr als 3 Zylindern sind erschütterungsfrei; erstere mit, letztere ohne Hilfsmassen. Dementsprechend wurden auch alle Zahlen über 3, selbst wenn sie nicht üblich sind, hervorgehoben. Im übrigen spricht die Tabelle für sich.

Schlußwort.

Nachdem nun die gesamten Ergebnisse der Untersuchung vorliegen, läßt sich ohne weiteres aussprechen, daß die Konstrukteure zu weit gingen, wenn sie — in dem Bestreben, gleichmäßig und erschütterungsfrei laufende Maschinen zu bauen — zu Zylinderzahlen von 12, 16, 24 oder gar 32 griffen.

Das Fundament, auf welches die Maschinen gesetzt werden, ist ein Flugzeug- oder Automobilgestell oder ein kleines Boot. Diese dürfen zur Versteifung eines Maschinenrahmens nicht herangezogen werden. Es müssen deshalb hier Maschinen gewählt werden, welche in sich selbst die Massenkräfte auszugleichen vermögen.

Bei Reihen mit Gabelanordnung bedingen die obengenannten großen Zylinderzahlen einen langen Rahmen, der unter Umständen in sich nicht mehr steif genug ist, um die mit seiner Länge wachsenden „inneren Momente“ der Massenkräfte ohne merkliche Durchbiegung aufzunehmen. In diesen Fällen bringt die große Zylinderzahl eine neue Quelle für Erschütterungen, also das Gegenteil von dem, was man sich von ihr versprach. Wohl wird der Gleichgang gut, aber er wird übermäßig gut, so daß er keine praktischen Vorteile erzeugt.

Wenn schon dieser Umstand zu einer kleinen Zylinderzahl drängt, so beweisen andererseits die Untersuchungen, daß auch mit einer kleinen Zahl von Zylindern allen praktischen Anforderungen Genüge geleistet werden kann. Es soll hier nicht unerwähnt bleiben, daß mit Rücksicht auf sorgfältige Wartung und leichte Zugänglichkeit usw. kleine Zylinderzahlen vorteilhaft sind.

Die Vierzylinder-Reihenmaschine zeitigt hinsichtlich Gleichgang und Massenausgleich derartig gute Ergebnisse, daß sie im Automobil- und Luftschiffbetrieb zur vorherrschenden Maschine wurde und bereits beginnt, sich eine Stellung unter den Flugzeugmaschinen zu erobern.

Die Sechszylinder-Reihenmaschine arbeitet ohne irgendwelche nach außen hin merklichen Massenwirkungen und zeigt schon bei verhältnismäßig leichtem Schwungrade einen Gleichgang, der allen Betriebsanforderungen gerecht zu werden vermag. Aber man könnte geneigt sein, schon diese Maschine als „mit zu vielen Zylindern behaftet" zu bezeichnen. Wir brauchen uns nur zu erinnern, in welch erheblichem Maße der Gleichgang sinkt, sobald aus irgendwelcher Ursache heraus ein Zylinder versagt.

Wenn keine anderweitigen Gründe maßgebend sind, lohnt es sich schon nicht mehr, eine Reihenmaschine mit 8 Zylindern auszuführen. Der Massenausgleich läßt sich gegenüber 6 Zylindern nicht mehr verbessern, und der Gewinn am Gleichgang gegenüber der Sechszylinder-Maschine ist durch geringe Vergrößerung der Schwungradmasse bei dieser ebenfalls erreichbar.

Verhältnismäßig ungünstig schneiden bei der obigen Untersuchung die Gabelmaschinen ab. Erst mit 8 Zylindern lassen sie regelmäßige Zündabstände zu, ohne daß es mit dieser Zylinderzahl schon gelungen wäre, alle Massenkräfte aufzuheben.

Die Stern- und Fächermaschinen kommen bis auf die schon hervorgehobene Zweizylinder-Fächermaschine ohne Zusatzmassen nicht aus, um sich der freien Massenwirkungen zu erwehren. Mit ihnen kann eine vollkommene Lösung des Problems der gleichmäßig und erschütterungsfrei laufenden Maschine nicht erreicht werden.

Die Umlaufmaschinen behaupten augenblicklich das Feld beim Flugsport.

Bei mehr als 3 Zylindern sind sie vollkommen ausgeglichen, und sie weisen zudem infolge der mitkreisenden Zylindermassen einen ausgezeichneten Gleichgang auf.

Vom ökonomischen Standpunkte aus betrachtet sind sie die teuersten Maschinen; denn ihre Lebensdauer wird, wie wir sahen, zu 36—40 Betriebsstunden angegeben. Auch sei hier noch bemerkt, daß der Ölverbrauch dieser Maschine ein sehr hoher ist. Die Ursache liegt darin, daß die stark beanspruchten Zapfen und Gleitflächen sorgfältig geschmiert

werden müssen, und daß alles Schmieröl, welches in den Kurbelkasten gelangt, durch die Zentrifugalkraft sofort in den Verbrennungsraum des Zylinders geschleudert und dort verzehrt wird.

Der Konkurrenzkampf wird sich auch auf diesem Gebiete des Maschinenbaues bald in einer Weise verschärfen, daß ungesunde und zudem sehr teure Konstruktionen von gediegenen, altbewährten, ökonomisch arbeitenden und einfachen Bauarten verdrängt werden.

Man wird lernen, auch diese letzteren mit möglichst geringem Gewichte herzustellen — wenn sie auch nicht so leicht werden dürften wie die Fächer- und die Umlaufmaschinen. Dafür wird man aber zuverlässige Maschinen besitzen.

Schon die Schränkung des Kurbeltriebes gibt ein einfaches Mittel an die Hand — wenn es auch nur wenig ausgiebig ist —, das Gewicht pro PSe herabzusetzen. Wir hörten, daß hierdurch der Wirkungsgrad der Maschinen um 2 % verbessert wird. Dies dürfte umsomehr willkommen sein, als die Gleichmäßigkeit des Drehmomentes und der Massenausgleich gegenüber dem ungeschränkten Kurbeltrieb durch die Schränkung fast nicht berührt werden.

Der gangbarste Weg, um die für Flugzeuge benötigten Maschinen leicht zu bauen, ist durch die Möglichkeit vorgezeichnet, sie aus Elementen von Zweizylinder-Fächermaschinen zusammenzusetzen. Die Zweizylinder-Fächermaschine selbst ist völlig ausgeglichen und hat gleichmäßige Zündabstände. Setzen wir nun 2, 3 oder 4 solcher Einheiten nebeneinander als Vier-, Sechs- oder Achtzylinder-Maschine und bilden die Kurbelwelle richtig aus, so ermöglichen diese Kombinationen die der Zylinderzahl entsprechenden günstigsten Zündabstände. In einer solchen Mehrzylinder-Maschine ist jede aus 2 Zylindern bestehende Einheit für sich völlig ausgeglichen, folglich auch die ganze Maschine. Zudem treten keinerlei Momente auf, welche auf das Gestell oder Kurbelgehäuse verbiegend und erschütternd wirken.

Letzteres könnte also theoretisch überhaupt weggelassen werden. In Wirklichkeit wird man das Kurbelgehäuse auf einen möglichst leichten Rahmen zusammenschrumpfen lassen können, welcher gerade genügt, der ganzen Maschine als Gerippe zu dienen und die Lagermitten genau festzulegen.

Es hat den Anschein, als ob die Entwicklung der Maschinen — zum mindesten jener für den Luftsport — nach dieser Seite hin drängen müßte.

Sachverzeichnis.

Abmessungen der Maschinen 5.
Arbeitsdiagramm 26.
Diagramm der reduzierten Gewichte 20.
Drehmoment 120.
Drehstrecken 25.
Drehzahl 5.
Einheitsstrecke 28.
Einheitszylinder 29.
Ersatzpunkte 17.
Fächermaschinen:
  2 Zylinder 75 u. 158.
  3 Zylinder mit 2 Kurbelzapfen 75 u. 162.
  3 Zylinder mit 1 Kurbelzapfen 76 u. 159.
  5 Zylinder 78 u. 168.
  7 Zylinder 78 u. 172.
Flächensatz 134.
Flügelstange:
  Ersatz durch 2 Punktmassen 22.
  Ersatz durch 3 Punktmassen 17.
  Massenverteilung derselben 11.
Gabelmaschinen:
  2 Zylinder 63 u. 140.
  4 Zylinder 65 u. 148.
  8 Zylinder 67 u. 150.
  16 Zylinder 68 u. 150.
Genauigkeitsgrad 46.
Gesamtschwerpunkt 134.
Geschränkter Kurbeltrieb:
  Gleichgang 110.
  Massenkräfte 183.
Harmonische Auflösung des Diagramms der reduzierten Gewichte 24.
Hin- und hergehende Teile 24.
  Gewichte derselben 8.
Indikatordiagramm 5.
Innere Massenkräfte bei Umlaufmaschinen 184.
Kolbenmasse 10.
  Reduktion derselben 18.
Kurbelwelle:
  Gewicht 12.
  Massenverteilung 14.
Kurbelzapfengeschwindigkeit, graphische Ermittelung 34.
Maßstäbe der Diagramme 31.
Massenkräfte 118.
Massenwuchtdiagramm 32.
Näherungsformel zur Bestimmung des Schwungradgewichts 99.
Reduktion von Kräften und Massen 16.
Reihenmaschinen:
  1 Zylinder 41 u. 125.
  2 Zylinder, Kurbeln unter 0^0 47 u. 126.
  2 Zylinder, Kurbeln unter 180^0 50 u. 128.
  3 Zylinder 54 u. 130.
  4 Zylinder 56 u. 131.
  6 Zylinder 59 u. 132.
  8 Zylinder 61 u. 132.
Schwerpunktsmasse der Flügelstange 19.
Stangenverhältnis λ 6.
Sternmaschinen:
  2 Zylinder 70 u. 151.
  3 Zylinder 71 u. 153.
  5 Zylinder 71 u. 155.
  7 Zylinder 73 u. 157.
Überschlagsrechnung 95.
Umlaufmaschinen 78 u. 177.
  2 Zylinder 83 u. 179.
  3 Zylinder 86 u. 182.
  5 Zylinder 87 u. 183.
  7 Zylinder 88 u. 183.
Vergleich der Maschinen 2 u. 39.
Versagen einer Zündkerze 101.
Vollständiger Massenausgleich 135.
Widerstandslinie 31.
Wirkungsgrad der Maschinen, mechanischer 5.
Wittenbauer, Verfahren 26.
Wucht 26.
Zylinderachse, beliebige Lage derselben 136.
Zylinder-Anordnungen 1.
Zylinder-Verhältnis 2 . r/d 6.
Zylinder-Zahlen 3.
Zusammenstellung:
  Gleichgang 88.
  Massenkräfte 193.
Zusatzmasse 134.

Druck der Universitäts-Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke),
Berlin und Fürstenwalde.